APPUNTI DI

INTENSIMETRIA ACUSTICA

Corso tenuto per i tecnici Enel in ottobre 1992 a Torino

Pisani
Studio di
Ingegneria Acustica

STUDIO DI INGEGNERIA ACUSTICA
Ing. Raffaele PISANI
via Alessandro Manzoni, 6 10090 Sangano (TO)
Tel. 011-9561261 Fax 011-19908509
e-mail: sia.pisani@tin.it www.studioacusticapisani.it

INDICE

1 INTRODUZIONE

Il rilievo diretto della intensità acustica e la relativa facilità di esecuzione delle misure è possibile oggi grazie agli sviluppi delle tecniche digitali utilizzate sia per la costruzione degli strumenti di misura sia per l'elaborazione del segnale. Queste hanno consentito di sviluppare tecniche di misura diretta di alcune grandezze che una volta potevano essere misurate solo indirettamente. Tra queste assumono particolare importanza il vettore di **Intensità Acustica** e quello di **velocità acustica**.

Chi si occupa di acustica applicata è abituato a considerare e a trattare il livello di pressione sonora (espresso in dB) o il livello sonoro (espresso in dB(A) nonché ad effettuare l'analisi in frequenza per bande di terzi di ottava (percentuale di banda costante) o in banda fine (banda costante) dei segnali rilevati dal microfono. La misura del livello di pressione sonora è immediata e frequente tanto è che gli esperti fonometristi, a volte, dimenticano i presupposti fisici secondo i quali la misura è da ritenersi corretta.

In realtà l'acustica applicata e la metrologia acustica si sono sviluppate presupponendo condizioni di propagazione in campo libero per punti lontani dalla sorgente sonora. Se si pretende di voler approfondire le conoscenze sulla emissione sonora di una particolare sorgente esplorando il campo vicino (anche per poter decidere il tipo di intervento da effettuare per ridurne il rumore), si esce dai presupposti teorici che assicurano la correttezza della misura: I risultati ottenibili in queste condizioni sono difficili da interpretare e si finisce di comprendere meno, con gli strumenti, quanto l'orecchio riesce ad avvertire chiaramente.

La necessità pratica della misura dell'intensità acustica, come si vedrà più oltre, risiede nel fatto che, attraverso essa, è possibile determinare la potenza sonora irradiata da grosse ed ingombranti sorgenti senza doverle porre in determinati ambienti acusticamente definiti. Le dimensioni stesse delle sorgenti, infatti, imporrebbero, con metodi tradizionali, misure di pressione sonora a grande distanza con evidenti errori legati anche alla presenza del rumore di fondo che, a volte, è comparabile con la emissione sonora della sorgente stessa.

La misura dell'intensità acustica su una superficie che racchiude la sorgente e che è prossima ad essa, invece, consente di evitare gli inconvenienti esposti riducendo anche l'effetto delle altre sorgenti di rumore ambientale come verrà più appresso indicato.

Numerose sono le applicazioni dell'intensimetria acustica. Tra queste si elencano le seguenti:

1. Studio del campo acustico irradiato da una sorgente.

Può essere necessario conoscere il campo acustico in prossimità della sorgente per evidenziare alcuni aspetti della generazione del rumore con particolare riferimento al meccanismo di emissione ed alla formazione del campo ed alla influenza su di esso dei fenomeni di diffusione rifrazione ed interferenza delle parti che costituiscono la sorgente stessa.

2. Misura della potenza sonora irradiata da una sorgente

La misura dell'intensità su una superficie che racchiude la sorgente, integrata sull'area della superficie stessa, consente la determinazione della potenza sonora senza dover ricorrere ad ambienti acustici normalizzati. Il vantaggio lo si apprezza soprattutto se la sorgente non può essere rimossa e se nell'ambiente in cui occorre rilevare la potenza sonora sono presenti altre sorgenti rumorose.

3. Localizzazione delle sorgenti

La mappa dell'intensità acustica in prossimità di una macchina consente di individuare la presenza di sorgenti di rumore. E' anche possibile misurare la potenza emessa da ciascuna di esse e di effettuarne una classificazione in ordine alla importanza nei confronti della potenza sonora totale emessa.

Questo aspetto assume una rilevanza pratica nel progetto delle opere di riduzione del rumore emesso da una macchina complessa (gruppo elettrogeno, pompe, trasformatori ecc.),

4. Misura del coefficiente di assorbimento dei materiali

E' possibile misurare il coefficiente di assorbimento dei pannelli in situ (sale da conferenza, teatri, sale per impianti tecnologici ecc.) misurando il flusso di energia incidente su un pannello attraverso la misura dell'intensità acustica. Non è sempre possibile separare la componente incidente da quella riflessa La potenza incidente può essere desunta da misure di pressione.

5. Misura dell'impedenza acustica specifica

L'impedenza acustica specifica è una quantità complessa costituita da una componente resistiva (reale) e da una componente reattiva (immaginaria). La quantità che assume importanza pratica è la componente perpendicolare alla superficie del materiale in prova. La misura diretta della impedenza attraverso la elaborazione del segnale rilevato da due microfoni accostati consente di valutare come un dato materiale reagisce localmente al campo acustico

6. Misura dell'isolamento acustico dei divisori

La misura potrebbe essere effettuata direttamente se fosse possibile separare l'energia acustica incidente da quella riflessa. In realtà è più agevole misurare la pressione del campo sonoro nella stanza di trasmissione e la potenza sonora irradiata dalla parete nell'ambiente di ricezione.

Tale misura trova sovente le condizioni opportune in pratica in quanto un divisorio può anche essere un elemento di tamponamento di un volume chiuso.

7. Efficienza di irraggiamento delle superfici vibranti

La efficienza di irraggiamento del suono da parte di una superficie soggetta a vibrazione è tanto più elevata quanto maggiore sarà la potenza irradiata a parità di velocità di vibrazione della superficie di interfaccia solido aria. Misurando direttamente la potenza e la velocità di vibrazione con un accelerometro è possibile dedurre l'efficienza di irraggiamento di una struttura metallica.

Nell'ultimo capitolo degli appunti verrà sviluppata la parte pratica della misura della potenza irradiata dalle macchine e della misura della efficienza di irraggiamento.

2 IL CAMPO SONORO

Nella accezione comune per campo sonoro si intende la distribuzione della pressione sonora in uno spazio finito. In realtà tale definizione è fortemente limitativa ed ostacola la comprensione del significato delle altre grandezze che concorrono alla definizione della intensità acustica e della potenza sonora.

Il fenomeno della propagazione sonora in un fluido è possibile in quanto il mezzo possiede le seguenti due caratteristiche:

- **Errore. Il segnalibro non è definito.**variazione delle pressione come conseguenza delle variazione del volume di un elemento di massa volumica ρ (i.e. variazione di densità)
- inerzia dell'elemento di resistere alla variazione della velocità.

Entrambe le forze generate dalla sollecitazione esterna dell'elemento di fluido e le accelerazioni conseguenti sono legate agli spostamenti dalla posizione di equilibrio. Queste interrelazioni producono il fenomeno del moto ondoso grazie al quale la perturbazione del mezzo elastico si propaga a grande distanza.

L'onda sonora che si propaga in un fluido induce in esso variazioni locali della ***pressione***, ***densità*** e ***temperatura*** del mezzo.

Ne consegue, per l' elemento di fluido considerato, un moto intorno alla sua posizione di equilibrio con una ***velocità*** impressa e, quindi, con possesso di **energia cinetica.** ***T***.

Nelle regioni in cui la densità sale rispetto al valore di equilibrio, salirà anche la pressione per cui l'elemento considerato immagazzinerà dell'**energia potenziale** ***U*** come accade, ad esempio, in una molla compressa.

E' l'energia sotto queste due forme di energia cinetica ed energia potenziale che si propaga nello spazio dando luogo al fenomeno della propagazione per onde del suono.

L' elemento del mezzo di volume ***V*** possiederà, quindi, dell'energia cinetica legata al movimento e dell'energia potenziale legata alla compressione per effetto delle forze che agiscono sulle pareti.

L'insieme di energia cinetica ed energia potenziale (riferita al volume dell'elemento considerato), definiscono la ***Densità di Energia*** associata al campo acustico.

L'acustica applicata, in passato, ha avuto considerevoli limitazioni legate al fatto che la pressione acustica era l'unica grandezza misurabile direttamente con il microfono e solo per campi acustici lontani dalla sorgente; tutte le altre venivano ricavate indirettamente supponendo verificate particolari condizioni ambientali.

Con l'invenzione del "microfono" per la misura diretta della ***Intensità Acustica*** possono essere rimosse le limitazioni alle quali si accennava ed ottenere direttamente la misura dei flussi di energia sonora su determinate superfici anche quando la "reazione del mezzo" che, in sostanza vorrebbe "impedire" (opponendosi), la propagazione, si fa "complessa".

Per comprendere meglio il significato e la importanza delle grandezze fisiche che sono coinvolte nel fenomeno della propagazione dell'onda sonora, si rende necessaria la conoscenza delle relazioni matematiche che le legano durante il passaggio della "perturbazione acustica" nel mezzo (equazioni d'onda). Di particolare interesse pratico, per la trattazione in questione, sono la pressione e la velocità acustica.

2.1 FISICA DEI FLUIDI

Come già detto il fenomeno della propagazione del suono per onde, in un mezzo fluido ed elastico, produce una variazione temporale delle grandezze fisiche interessate che sono funzioni dello spazio e del tempo.

2.1.1 Meccanica dei fluidi

I fluidi (liquidi e gas) non possiedono una forma propria: i liquidi posseggono un proprio volume, i gas, invece, hanno il volume del recipiente che li contiene.

Considerato uno dei numerosi volumi elementari nei quali può essere suddiviso lo spazio interessato al fenomeno Fig.2.1.la forza **F** applicata dall'esterno dà origine ad un *tensore degli sforzi* (stress) costituito da nove componenti: tre per gli sforzi normali σ_X, σ_Y, σ_Z e tre per gli sforzi tangenziali τ_X, τ_Y, τ_Z.

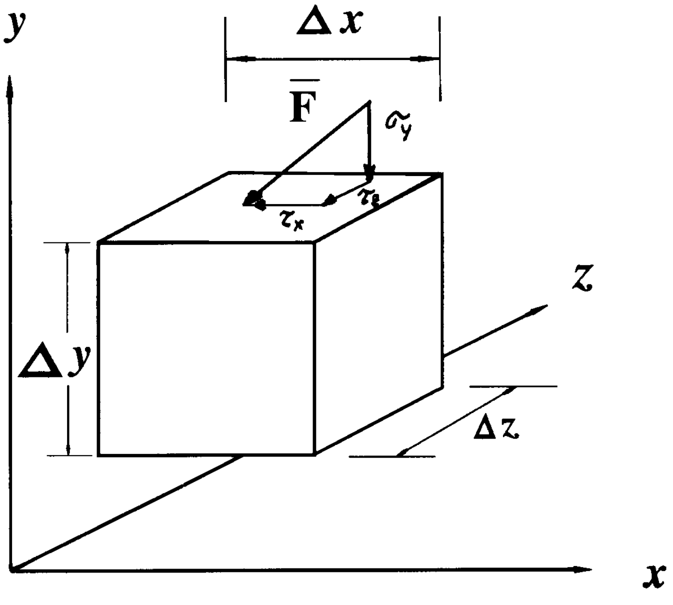


Fig 2.1 - Decomposizione della forza attiva F nella componente normale σy e tangenziali τx e τy

Si ricorda che lo sforzo σ è la forza agente per unità di superficie

$$\sigma \;=\; \frac{F}{S} \qquad \left[\mathrm{N}/\mathrm{m}^2 \right]$$

e che può essere decomposto in tre componenti normali e tre tangenziali.

Se il fluido è in equilibrio e se sulla faccia parallela al piano y,z si applica la forza $\vec{F}$ (caso monodimensionale), sulle due facce opposte del cubo elementare si avranno i seguenti valori degli sforzi normali:

σ_x per la faccia in *x* e $\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}\Delta x$ per la faccia parallela distante Δx Fig. 2.2

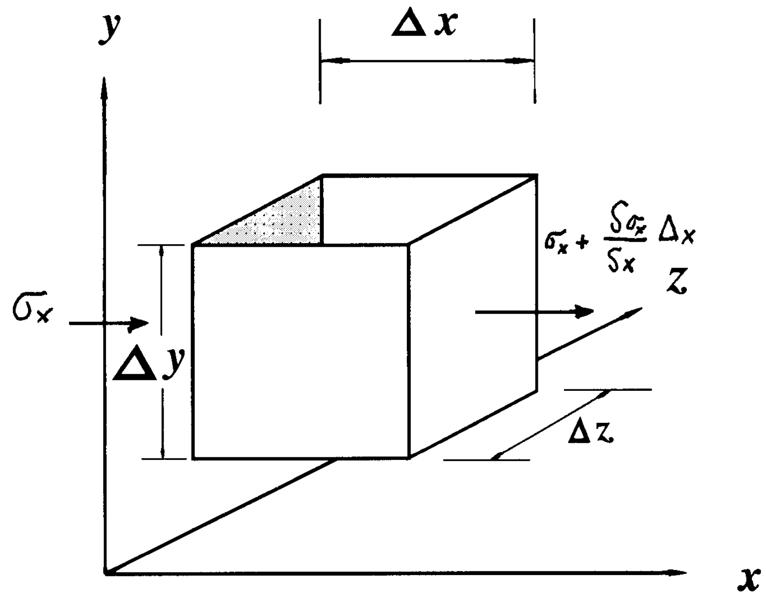


Fig. 2.2 Variazioni dello sforzo normale σ_x sulle due facce parallele distanti Δx

Se la forza $\vec{F}$ agisce con componenti lungo i tre assi cartesiani (caso tridimensionale) le relazioni sopra scritte si estenderanno alle tre componenti degli sforzi. Lo sforzo totale che agisce sull'elemento di volume $V = \Delta x\, \Delta y\, \Delta z$ sarà:

$$d\vec{F} = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} i + \frac{\partial \sigma}{\partial y} j + \frac{\partial \sigma}{\partial z} k \right) dV$$

dove $\sigma(x, y, z)$ è la funzione degli sforzi lungo i tre assi; *i*, *j*, *k* sono i relativi versori. La forza riferita all'unità di volume può essere scritta:

$$\frac{d\vec{F}}{dV} = \nabla \cdot \sigma$$

dove $\nabla \cdot \overline{\sigma}$ è la divergenza del vettore s

Gli sforzi, sia normali σ che tangenziali τ, provocano la deformazione (strain) dell'elemento di volume. Nel caso dei fluidi questa può essere elastica (con ritorno alla forma originale) o permanente che è realizzata da uno scorrimento.

Considerando, ora, elementi contigui del mezzo, la trasmissione delle forze tra di essi ed il loro ritorno alla posizione originaria per la elasticità del mezzo, è nota come propagazione della perturbazione. Questa trae origine dall'inserimento in un certo istante ed in un determinato punto dello spazio della forza esterna attiva $\dot{F}$

In generale tale perturbazione può propagarsi nei Solidi, Liquidi e nei Gas. Poichè i liquidi ed i gas non reagiscono elasticamente allo sforzo di taglio, ma solo alla compressione e rarefazione, in essi è possibile la propagazione per sole **onde longitudinali** (lo spostamento delle particelle del fluido intorno alla posizione di equilibrio avviene parallelamente alla direzione di propagazione). Nei Solidi, invece, poichè le proprietà elastiche di questo mezzo consentono una reazione elastica anche ad uno sforzo di taglio, sono possibili diversi modi di propagazione tra i quali anche quello per **onde trasversali** (lo spostamento delle particelle del suono è perpendicolare alla direzione di propagazione).

L'alterazione dello stato del mezzo per effetto della propagazione ondosa è completamente descritta da ***grandezze scalari*** e ***grandezze vettoriali***.

GRANDEZZE SCALARI

L'onda provoca una perturbazione dello stato del mezzo ossia una variazione spaziale e temporale della pressione statica Po, della massa volumica ρ e della temperatura *T*.

- *pressione acustica* $p(x,y,z,t)$ *[Pa]*

  E' la variazione della pressione atmosferica P0 prodotta dalla perturbazione del mezzo ed è funzione della posizione nello spazio ove avviene la propagazione e del tempo (coordinate spaziali x,y,z e del tempo t).

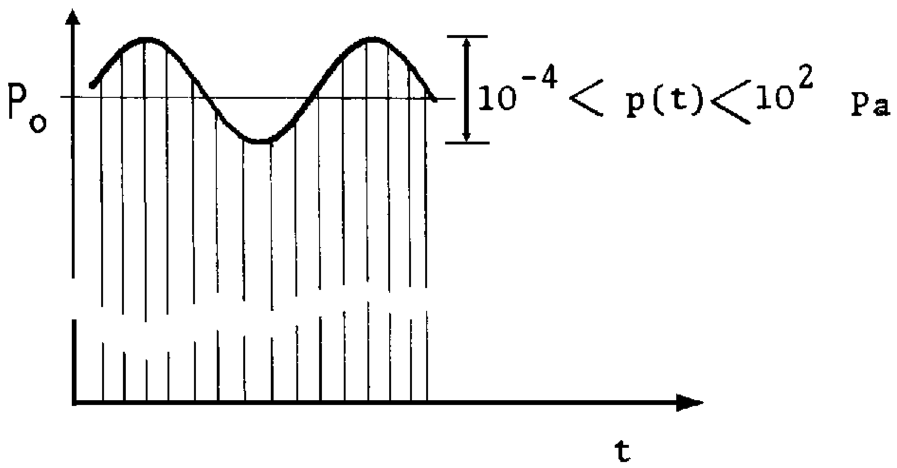


Fig. 2.3 Oscillazione della pressione atmosferica per effetto della pressione acustica.

Si ricorda che la pressione statica in condizioni normali a livello del mare risulta pari a 1013 mbar. Il S.I di misura impone, per la pressione, l'unità di misura denominata Pascal [Pa]. Si ricorda che:

$$1\,\mathrm{Pa} \equiv 1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \equiv 10\mu\,\mathrm{bar}$$

da cui risulta che:

1013 [mbar] → 1,013·105 [Pa] → 1013 [hPa]

La pressione acustica, invece. è la variazione locale della pressione intorno al valore statico Fig.2.3 . Sull'elemento considerato, essa si manifesta come sforzo ortogonale. Lo sforzo di taglio, invece, non può essere considerato in quanto non sostenuto staticamente e dinamicamente da una forza di reazione.

- *massa volumica* $\rho(x, y, z, t)$ ***Errore. Il segnalibro non è definito.Errore. Il segnalibro non è definito.*** *[kg/m3]*

Lo sforzo dovuto alla pressione acustica che agisce sulla superficie dell'elemento considerato, provoca una variazione della sua massa volumica in quanto ne varia il volume. La variazione della massa volumica ρ è legata alla variazione di volume (deformazione di volume che racchiude la stessa massa), dalla relazione:

$$\frac{\partial V}{V} = -\frac{\partial \rho}{\rho}$$

La caratteristica elastica del mezzo nel quale avviene la propagazione è definita dal modulo di elasticità a compressione cubica (bulk modulus) che mette in relazione la variazione di pressione sull'elemento con la variazione del volume.

Errore. Il segnalibro non è definito.*Temperatura* ***Errore. Il segnalibro non è definito.*** *[°C]*

La temperatura è anch'essa funzione del tempo e dello spazio è il prodotto del lavoro degli sforzi sull'elemento considerato. Il fenomeno sonoro nei gas non è un processo isotermico ma adiabatico nel senso che non vi è scambio di calore tra regioni calde (compressione) e regioni fredde (rarefazione) che vengono a formarsi, istante per istante, durante la propagazione. Questo vale per frequenze superiori a 80 Hz.

GRANDEZZE VETTORIALI

L'onda sonora impone, ad un elemento di volume, uno spostamento rispetto alla sua posizione spaziale originaria. Tale spostamento può avvenire in una qualsiasi direzione dello spazio. Nel caso di onde longitudinali (fluido) lo spostamento è lungo la direzione di propagazione dell'onda sonora rispetto al sistema di coordinate ortogonali di riferimento.

L' informazione della direzione lungo la quale avviene la variazione di posizione è fornita dall'analisi vettoriale. La grandezza, sarà definita come un vettore di appropriata ampiezza, direzione e verso.

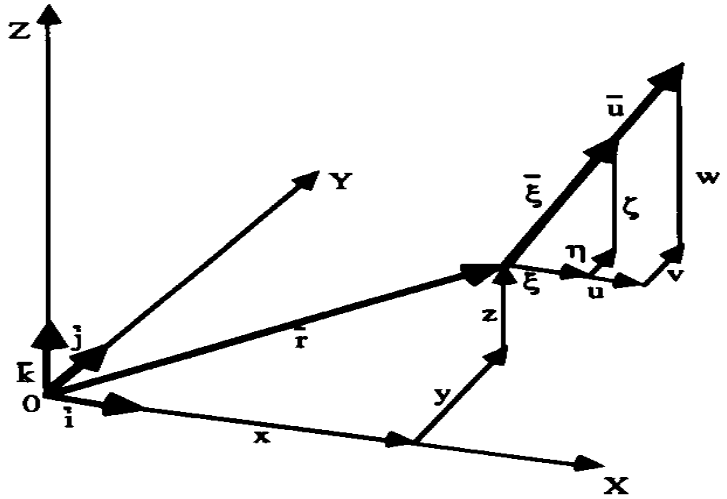


Fig.2.4 Rappresentazione vettoriale dello spostamento acustico di una particella del mezzo.

- *Spostamento acustico* $s(x, y, z, t)$ *[m]*

  Il punto dello spazio di coordinate *x,y* e *z* di Fig.2 4,subirà lo spostamento nel punto $x+\xi$, $y+\eta$, $z+\zeta$. La funzione spostamento, quindi, sarà un vettore funzione delle coordinate x*, y* e *z* dello spazio, e del tempo *t.* Potrà essere decomposta in tre componenti lungo i coseni direttori della terna di riferimento, *i, j, k*.

- *Velocità acustica* $u(x, y, z, t)$ *[m/s]*

  Lo spostamento avverrà in un certo lasso di tempo per cui l'elemento di volume considerato si sposterà dalla posizione di equilibrio con determinata velocità acustica. Il vettore velocità acustica ***u*** è ottenuto per derivazione, rispetto alla variabile *t*, dello spostamento acustico ***s.***

- *accelerazione acustica* $a(x, y, z, t)$ *[m/s²]*

  Definita dalla variazione delle velocità acustica nel tempo (derivata di *v* rispetto a *t*).

  Tutte le grandezze possono essere considerate come la somma di valori costanti nello spazio e nel tempo con i corrispondenti valori variabili infinitesimi sopra definiti

2.1.2 Le leggi della fluidodinamica

Il campo sonoro è completamente descritto quando sono note le funzioni pressione acustica $p(x, y, z, t)$ e velocità acustica $u(x, y, z, t)$ entrambe soluzioni dell'equazione della propagazione dell'onda.

Si supponga che il mezzo soddisfi le seguenti ipotesi:

- *Viscosità del mezzo nulla:*

  Non vi è reazione allo sforzo di taglio durante il fenomeno di propagazione.

- *Mezzo omogeneo e continuo:*

  Le caratteristiche fisiche del mezzo non cambiano da un punto all'altro.

- *Mezzo perfettamente elastico:*

  La variazione di pressione e volume avviene secondo le leggi della elasticità in zona perfettamente lineare.

- *Mezzo isotropo:*

  Le proprietà del mezzo non cambiano con la direzione.

- *Processo adiabatico:*

  Non vi è scambio di energia termica tra le zone contigue a temperatura più elevata e quelle a temperatura più bassa.

La propagazione di una onda elastica piana che investe le facce del cubo di Fig.2.5 di lati $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ si ricava con riferimento alle tre componenti lungo i tre assi. Supponendo di considerare la propagazione lungo l'asse x, caso monodimensionale, è stato visto che sulle due facce perpendicolari a tale asse di area pari a $\Delta_y \times \Delta_z$ la pressione assumerà i seguenti due valori:

p_x su una faccia e $p_x + \frac{\partial p}{\partial x}\Delta_x$ sulla faccia distante Δx: con p_x si intende la componente della forza P lungo l'asse *x*

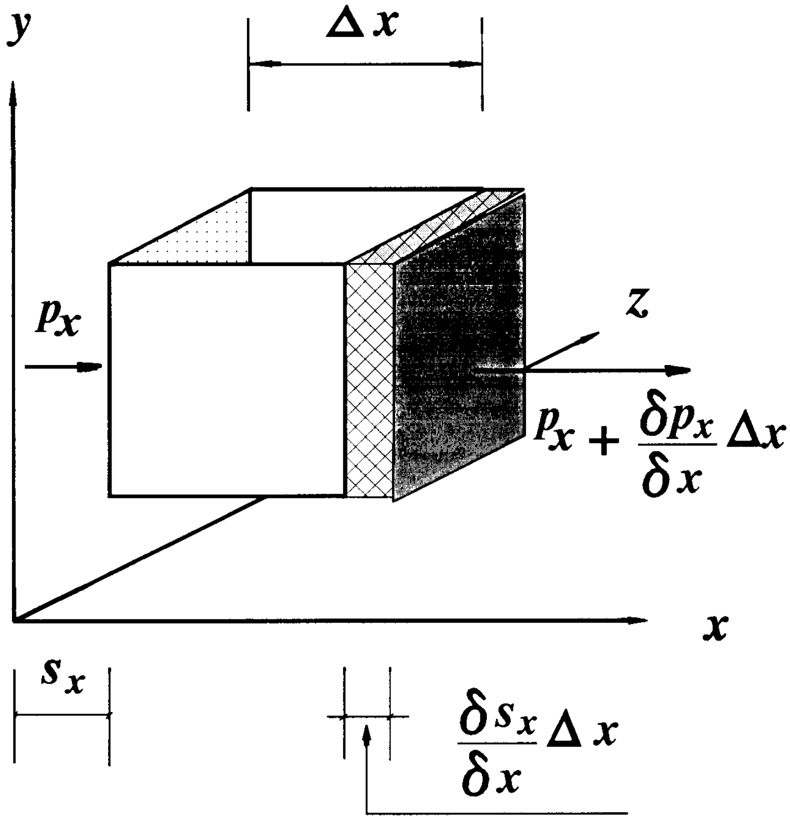


Fig. 2.5 Variazione della pressione acustica sulle due facce del cubo elementare per effetto della deformazione.

<u>FORZE ATTIVE E QUANTITA' DI MOTO</u>

Tenendo presente che il mezzo contenuto nel volume elementare considerato ha una propria massa volumica ρ, applicando la seconda legge della dinamica: $\vec{F} = m\frac{\mathrm{d}\bar{u}}{\mathrm{d}t}$ si ricava:

$$p_x \Delta_x \Delta_y - \left(p_x + \frac{\partial p}{\partial x}\Delta x \right)\Delta y \Delta z = \rho \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial u_x}{\partial t}$$

che si semplifica in

$$-\frac{\partial p}{\partial x}=\rho\frac{\partial u_x}{\partial t}$$

La velocità acustica u_x è espressa dalla relazione

$$u_x=-\frac{\partial}{\partial_x}\int_0^t\frac{p}{\rho}\,dt=-\frac{\partial\phi}{\partial x}$$

dove

$$\phi=\int_0^t\frac{p}{\rho_0}\,dt$$ è il potenziale di velocità[1]

p_x è la pressione sonora sulla faccia del cubo, ρ è la massa volumica, u_x è la componente della velocità del baricentro del cubetto lungo l'asse x.

Si è supposta trascurabile la variazione spaziale della velocità rispetto alla variazione temporale e si è anche supposta trascurabile la variazione ρ' della massa volumica ρ

L'elemento del mezzo, spostato dalla sua posizione di equilibrio dall'azione della forza agente esterna, possederà, grazie alla sua velocità, l'**energia cinetica** *T* espressa dalla relazione:

$$T=\frac{1}{2}\rho u^2$$

<u>LEGGE DELLA CONSERVAZIONE DELLA MASSA</u>

Il volume si sposta rispetto alla sua posizione di equilibrio: *s* è lo spostamento del baricentro la cui componente lungo l'asse *x* sarà s_x. Si ha anche una variazione *v* del volume $V_0=\Delta x\Delta y\Delta z$ che racchiude la stessa massa. Il nuovo volume *V* sarà dato dalla relazione algebrica: $V=V_0+v$

La variazione del volume sarà legata alla variazione dello spostamento dalla relazione:

$$v=\frac{\partial s_x}{\partial x}\,\Delta x\,\Delta y\,\Delta z$$

Se lo spostamento del volume elementare avviene in rapida successione, la velocità di spostamento sarà fornita dalla derivata della relazione rispetto al tempo. Derivando, quindi ambo i membri si avrà:

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{\partial u_x}{\partial x}\Delta x\Delta y\Delta z$$

[1] Pierre Liénard – Acoustique industrielle et environnement, pag. 19

cioè:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x} V_0$$

ELASTICITA' DEL MEZZO :

L'equazione lega la variazione del volume con la variazione della pressione all'interno se è verificata la condizione di adiabaticità del fluido racchiuso nell'elemento di volume *V*.

Tenendo conto che:

$PV^{\gamma} = \text{costante}$ dove $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ è il rapporto tra il calore specifico a pressione costante e quello a volume costante, prendendone il differenziale si ricava:

$$\gamma PV^{\gamma-1} dV + V^{\gamma} dP = 0$$

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V}$$

dove:

$P = P_0 + p$ $\quad p << P_0$

$V = V_0 + v$ $\quad v << V_0$

da cui si deduce che la variazione della pressione *p* è legata alla variazione del volume *v* dalla relazione:

$$\frac{p}{P_0} = -\gamma \frac{v}{V_0}$$

che derivata rispetto al tempo porta alla relazione:

$$\frac{1}{P_0} \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\gamma}{V_0} \frac{\partial v}{\partial t}$$

La relazione esprime la legge con la quale la pressione acustica *p* varia in funzione del tempo al variare del volume dell'elemento del mezzo considerato.

VELOCITA' DI PROPAGAZIONE DEL SUONO NELL'ARIA

Da non confondersi con la velocità acustica, si ricava dalle espressioni sopra dette ricordando che esse sono valide in condizioni di linearità del mezzo e, cioè, per piccole variazioni delle grandezze.

La velocità di propagazione del suono nell'aria è definita dalla relazione:

$$c=\sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho}} \qquad \text{dove} \quad \gamma=\frac{c_p}{c_v}=1{,}4$$

$$\mathrm{P}_0=1{,}013\cdot 10^5 \quad \left[\mathrm{N/m^2}\right]$$ pari a 1013h Pa

$$\rho=1{,}21 \qquad \left[\mathrm{kg/m^3}\right]$$

Per l'equazione di stato di un gas ideale e per una grammomolecola si ha:

$$P_0 V_0 = RT \qquad\qquad \rho=\frac{M}{V_0}$$

$$\frac{P_0\, M}{\rho}=RT \qquad\qquad T=273+t_a$$

sostituendo si ha:

$$c=\sqrt{\gamma\frac{RT}{M}}=\sqrt{\frac{\gamma\, R}{M}\cdot 273\left(1+\frac{t_a}{273}\right)} \qquad [\mathrm{m/s}]$$

$$c=c_0\sqrt{1+\frac{t_a}{273}}\cong c_0\left(1+\frac{t_a}{546}\right) \qquad [\mathrm{m/s}]$$

la velocità di propagazione del suono nell'aria è indipendente dalla pressione barometrica, dalla frequenza e dalla lunghezza d'onda del suono. E' direttamente proporzionale alla temperatura assoluta e cresce di circa 0.62 m/sec°C per ogni grado di temperatura.

Nelle condizioni ambientali standard:

$$t_a=20\ \left[{}^0\mathrm{C}\right] \qquad P_0=1013 \quad h\,Pa \qquad \text{e} \quad \rho{=}1{,}21 \quad \left[\mathrm{kg/m^3}\right]$$

la velocità del suono è pari a:

$$c = \sqrt{\frac{1{,}4 \cdot 1{,}013 \cdot 10^5}{1{,}21}} = 342{,}3 \qquad [\mathrm{m/s}]$$

L'impedenza acustica specifica, come sarà più oltre illustrato, è data dalla relazione:

$$Zs = \rho\, c = 1{,}21 \cdot 342{,}3 = 414 \qquad [\mathrm{kg/m^2 s}] \text{ a 20° C}$$

per c = 344.4 m/s a 22° C   r = 1.18 kg/m^3

L'impedenza acustica specifica sarà fornita dalla relazione

$$Zs = \rho\, c = 406 \qquad [\mathrm{kg/m^2 \cdot s}]$$

Le deformazioni impresse all'elemento di fluido dalle forze esterne agenti sulle superfici costringerà la pressione interna ad effettuare un **lavoro negativo** di reazione. Questo lavoro, che si immagazzina all'interno dell'elemento e che verrà restituito in una successiva fase, è detto **energia potenziale** *U*. Essa è definita dalla relazione:

$$\mathrm{d}U = -\,p\left(\frac{\mathrm{d}V}{V}\right) = \frac{p}{\rho\, c^2}\,\mathrm{d}\,p\,.$$

Ottenuta ricordando che

$$\frac{\mathrm{d}V}{V} = -\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho} \quad \text{e che} \quad \mathrm{d}\rho = \frac{\mathrm{d}\,p}{c^2}$$

L'energia potenziale *U*, quindi, risulterà:

$$U = \frac{1}{2\rho c^2}\, p^2 \qquad [\mathrm{J}]$$

2.2 EQUAZIONE DELLA PROPAGAZIONE DELL'ONDA

Si ricava combinando le tre relazioni precedentemente ricavate:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{\partial u_x}{\partial t} \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t} = \frac{\partial u_x}{\partial x} V_0 \qquad (2)$$

$$\frac{1}{P_0}\frac{\partial p_x}{\partial t} = -\frac{\gamma}{V_0}\frac{\partial v}{\partial t} \qquad (3)$$

Derivando la (1) rispetto a x si ottiene:

$$-\frac{\partial^2 p_x}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial x\, \partial t} \qquad (4)$$

Eliminando V_0 dalle (2) e (3) si ottiene:

$$\frac{\partial p_x}{\partial t} = -P_0 \gamma \frac{\partial u_x}{\partial x} \qquad (5)$$

che derivando rispetto al tempo fornisce la relazione

$$\frac{\partial^2 p_x}{\partial t^2} = -P_0 \gamma \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial t} \qquad (6)$$

combinando le due equazioni si ottiene

$$\frac{\partial^2 p_x}{\partial x^2} = \frac{\rho}{P_0 \gamma}\frac{\partial^2 p_x}{\partial t^2}$$

ponendo: $c^2 = \frac{P_0 \gamma}{\rho}$

dove c è la velocità di propagazione del suono nell'aria si ottiene l'equazione dell'***ONDA UNIDIMENSIONALE PIANA*** nel fluido.

$$\frac{\partial^2 p_x}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p_x}{\partial t^2} \qquad (7)$$

la quale esprime il legame tra variazione della pressione acustica nello spazio e variazione della stessa grandezza nel tempo.

Nel caso tridimensionale la (7) si esprime:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

La relazione sopra dedotta non descrive completamente il fenomeno di propagazione del suono per onde in quanto fornisce la componente legata all' ***ENERGIA POTENZIALE*** della densità di energia. Manca la componente legata alla ***ENERGIA CINETICA*** che, unitamente all'energia potenziale, esprime la relazione temporale e spaziale del vettore velocità acustica.

Tale relazione analoga alla precedente si ottiene nello stesso modo dalle stesse equazioni scambiando le derivate lungo l'asse x con la derivata nel tempo e viceversa.

L'equazione dell'incognita u_x sarà:

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \qquad (8)$$

Le due equazioni differenziali forniscono la soluzione della componente lungo l'asse x (ONDA MONODIMENSIONALE). Le stesse equazioni scritte per le altre componenti lungo l'asse *y* e *z* consentono di descrivere completamente le due variabili. e quindi il campo sonoro.

Esse definiscono le equazioni dell'onda le cui soluzioni sono p_x e u_x .

Nel caso tridimensionale la (8) si esprime:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

2.3 SOLUZIONI DELL'EQUAZIONE D'ONDA

Le incognite delle equazioni sono lo scalare *p* ed il vettore $\vec{u}$ legato anche alla direzione di propagazione dell'onda.

La soluzione del sistema delle due equazioni fornisce le variabili $p(x,y,z,t)$ ed $\vec{u}(x,y,z,t)$ che descrivono il campo acustico.

Lo stesso insieme di equazioni può essere scritto per un sistema di riferimento polare e cambia solo la forma dell'equazione ma non il significato fisico dei termini.

La SOLUZIONE GENERALE della equazione d'onda lungo la direzione x è del tipo:

$$p(x,t) = f_1(x - ct) + f_2(x + ct)$$

ed è costituita dalla somma di due funzioni, la prima descrive un'onda che si allontana dalla sorgente (**onda progressiva**), l'altra descrive un'onda che si propaga nella direzione opposta (**onda regressiva**).

Il significato della soluzione generale dell'equazione appare più chiaro se si considera la propagazione di un impulso Fig.2 6.

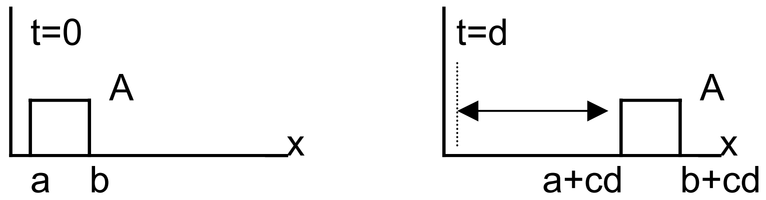


Fig.2.6 Propagazione di un impulso lungo la direzione x

Dove **c** è la velocità di propagazione in m/s

E lo spazio percorso sarà $l = c \cdot d$ [m]

Ogni funzione del tipo $f_1(x - ct)$ nella quale le variabili spaziali e temporali sono combinate, rappresenta una onda che si propaga nella direzione positiva x alla velocità c. Infatti:

per t=0 e per x=a $\qquad f_1(x - ct) = f_1(a)$

per t=d e quindi x=a+cd allora $\qquad f_1(x - ct) = f_1(a + cd - cd) = f_1(a)$

Il termine $f_1(x - ct)$ rappresenta la componente progressiva.

Il termine $f_1(x + ct)$ rappresenta la componente regressiva.

Per quanto riguarda il tipo di funzione f_1 che soddisfa l'equazione d'onda esso può essere diverso e dipende dalla emissione della sorgente:

se la sorgente emette un suono periodico puro allora:

$$A \operatorname{sen} k(x - ct)$$

che può essere espressa come parte reale di una funzione esponenziale di argomento complesso:

$Ae^{jk(x-ct)}$

In questo caso la soluzione generale di un'onda armonica per la pressione può essere scritta nella forma:

$$p(x,t) = A\,p^{+} + Bp^{-} = Ae^{\,jk(x-ct)} + Be^{jk(x+ct)} \qquad (9)$$

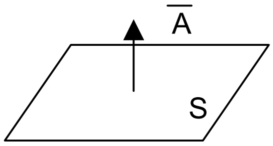
ove il primo addendo rappresenta un'onda progressiva, il secondo addendo un'onda regressiva.

E' soluzione dell'equazione d'onda anche una funzione del tipo: $A\left[(x-ct)^3 - 3(x-ct)^2\right]$

Come si può notare qualsiasi funzione deve avere come variabile i termini $(x-ct)$ e $(x+ct)$.

2.3.1 ONDA PIANA

E' definita piana un'onda in cui la pressione e la velocità hanno la stessa fase su un piano perpendicolare alla direzione di propagazione, ovvero il vettore che rappresenta l'area A della superficie S è parallelo alla direzione di propagazione.



In realtà una sorgente irradia un'onda che si propaga tutt'intorno sotto forma di onde sferiche. A grande distanza dalla sorgente una superficie limitata della sfera può essere ritenuta piana. Nei tubi rigidi infinitamente lunghi e di sezione trasversale costante, l'onda acustica può essere ritenuta piana.

Si consideri un tubo infinitamente lungo (solo onde progressive) Fig.2.7 e si supponga che l' onda piana sia generata in un estremo del tubo da un pistone che oscilla con moto armonico e con pulsazione pari a $\omega = 2\pi f$ dove *f* è la frequenza espressa in Hz.

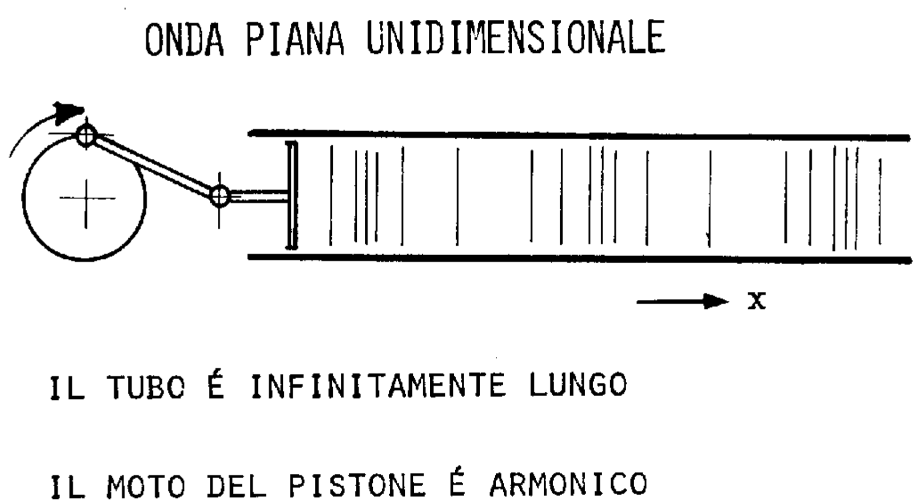


Fig 2.7 Generazione di un'onda acustica piana all'interno di un tubo infinitamente lungo. Il moto oscillatorio del pistone esercita sulle particelle del mezzo la forza alternata che si propaga sotto forma di un'onda di pressione.

Si vuole approfondire il significato fisico delle relazioni spazio-temporali delle grandezze pressione e velocità acustica.

2.3.1.1 Pressione acustica per un'onda armonica piana progressiva

La pressione all'interno del tubo infinitamente lungo e senza perdite sarà espressa dalla relazione:

$$p(x,t) = A\cos\left[k(x-ct)\right]$$

cioè dalla parte reale della componente progressiva della relazione (9) con valore massimo *A* per t=0 ed x=0

In tre posizioni distinte x=0, x=X_1 ed x=X_2 della Fig.2.8 gli andamenti temporali della pressione sonora saranno tra loro in discordanza di fase. Nella figura citata i punti di osservazione sono stati scelti ad una distanza pari a metà della lunghezza d'onda λ

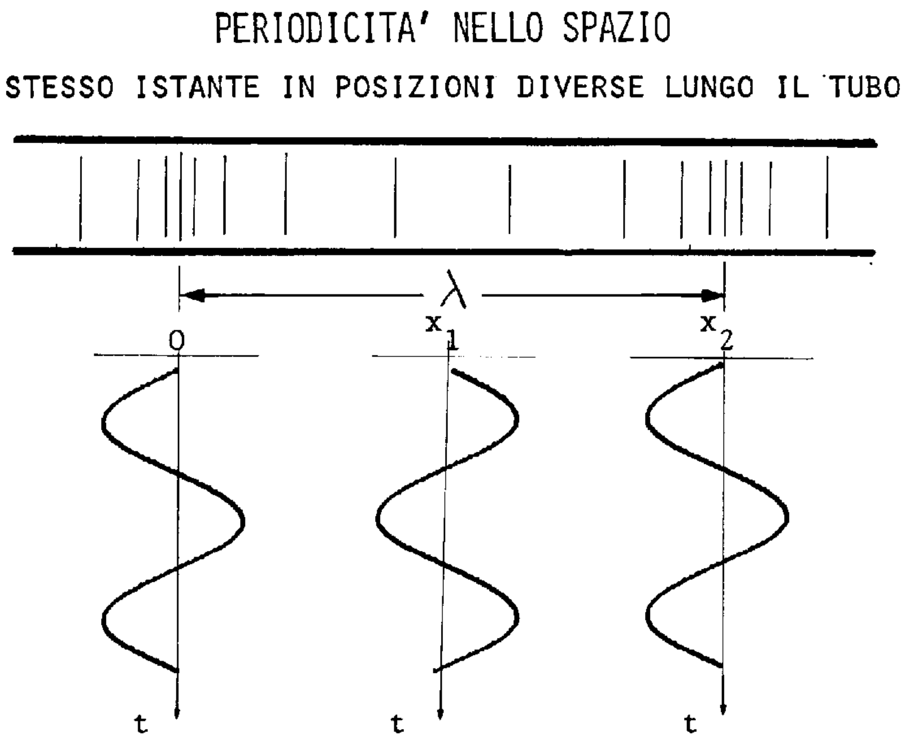


Fig 2.8 Andamento della pressione sonora in funzione del tempo, rilevata contemporaneamente in tre posizioni fisse lungo la direzione x poste ad una distanza di l/2

Tenendo conto che la funzione coseno è periodica e ripete gli stessi valori ogni volta che il suo argomento si incrementa di 2π radianti, per ogni distanza multipla di λ il valore istantaneo della pressione è il medesimo; infatti:

All'istante $t = 0$ $\quad p(x) = A\cos(kx) = A\cos(kx + 2\pi)$

La pressione assumerà gli stessi valori per:

$x = \frac{2\pi}{k} n = n\lambda$ cioè $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ [rad/m]

k è detto numero d'onda ed ha lo stesso significato, nello spazio, della pulsazione ω nel tempo.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{[rad / s]}$$

Se si suppone di congelare in un istante determinato la pressione all'interno del tubo Fig.2.9 (foto istantanea), osserveremo che lungo l'asse *x*, vi saranno delle posizioni in cui la pressione acustica assume il suo massimo valore, altre in cui essa assume il minimo valore, altre in cui essa è pari alla pressione atmosferica all'esterno del tubo.

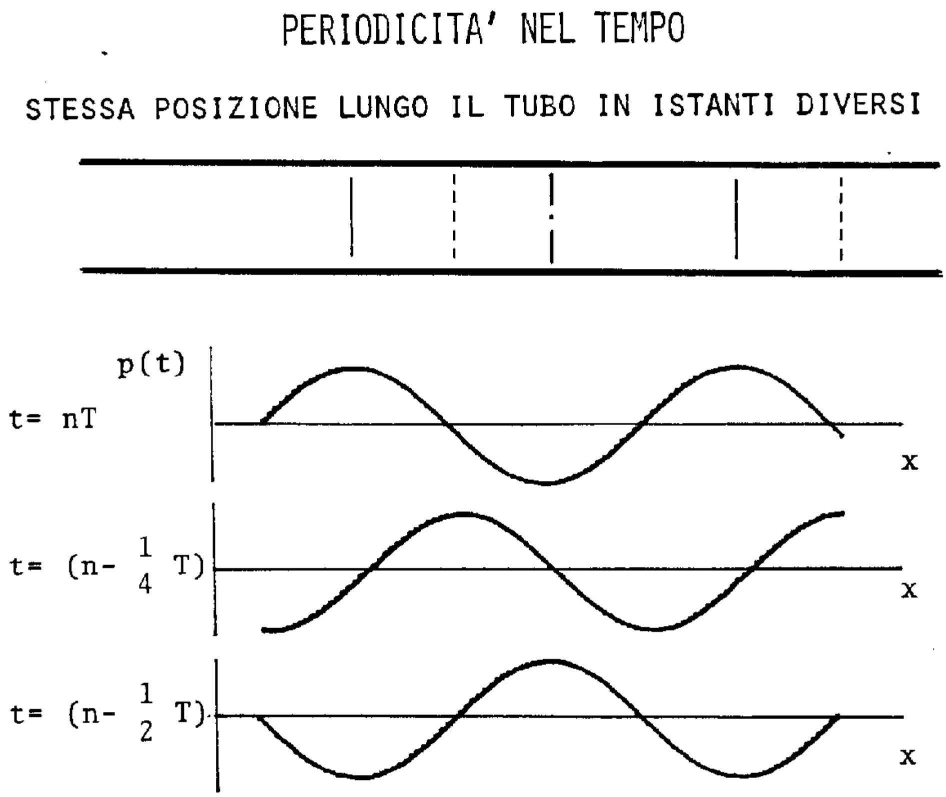


Fig. 2.9 Andamento della pressione acustica lungo il tubo in tre istanti diversi.

Se si scongela ora la propagazione per ricongelarla in un istante successivo *T* ritroveremo la stessa situazione spaziale come se rappresentassimo una stessa scena con due fotogrammi intervallati di un intervallo temporale *T*.

Nel punto $x = 0$ $p(t) = A\cos(kct) = A\cos(kct + 2\pi)$

$t = \frac{2\pi}{kc} n = nT$ *T* è detto periodo ed è $T = \frac{2\pi}{kc}$ [s]

$$T = \frac{2\pi}{kc} = \frac{1}{f} \qquad [\mathrm{s}]$$

Riassumendo avremo:

1 - Periodicità nello Spazio della pressione sonora:

$$p(x,t) = A\cos[k(x+\lambda-ct)] = A\cos[k(x-ct)+2\pi]$$

tale periodicità la si ottiene per $k\lambda = 2\pi$ cioè

per $$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad [\mathrm{rad}/\mathrm{m}]$$

2 - Periodicità nel Tempo della pressione sonora

$$p(x,t) = A\cos\{k[x-c(t+T)]\} = A\cos[k(x-ct)+2\pi]$$

tale periodicità la si ottiene per **Errore. Il segnalibro non è definito.** cioè

per $$T = \frac{2\pi}{kc} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{\lambda}c} = \frac{2\pi}{2\pi\frac{c}{\lambda}} = \frac{2\pi}{2\pi f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

il numero d'onda *k* e la pulsazione ω sono espresse dalle relazioni:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad [\mathrm{rad/m}] \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad [\mathrm{rad/s}]$$

Il numero d'onda *k* ha lo stesso ruolo, nelle coordinate spaziali, della pulsazione ω nelle coordinate temporali.

λ espressa in metri [m] è la lunghezza di un ciclo nello spazio.

T, espresso in [s] è la durata di un ciclo nel tempo.

Si dimostra che $\lambda \cdot f = c \qquad [\mathrm{m}/\mathrm{s}]$

Utilizzando le relazioni appena dedotte, l'argomento $k(x-ct)$ delle funzioni soluzioni dell'equazione d'onda può essere scritto in modi diversi:

$$k(x-ct)=(k\,x-k\,ct)=(kx-\omega\,t)$$

La soluzione delle equazioni dell'onda piana per la pressione acustica può essere scritta in forma sintetica con l'uso delle funzioni esponenziali di variabile complessa, utilizzando la formula di Eulero:

$$p(x,t)=A\,e^{\,j(\omega\,t-k\,x)}=A\,e^{i\,\omega\,t}e^{-j\,k\,x}$$

2.3.1.2 Velocità Acustica per una onda armonica piana progressiva

Risolta l'equazione della pressione acustica, la funzione velocità può essere ricavata, per una onda armonica piana, applicando la relazione (1).

dalla relazione $p(x,t)=A\cos\left[k(x-tc)\right]$ $\quad \mathrm{N/m^2}$

si ricava la relazione $u(x,t)=A'\cos\left[k(x-tc)\right]$ $\quad \mathrm{m/s}$

ricordando che $-\dfrac{\partial\,p}{\partial\,x}=\rho\dfrac{\partial\,u_x}{\partial\,t}$

La velocità acustica di un'onda piana progressiva, quindi, risulta pari a:

$$u(x,t)=\frac{1}{\rho c}\,p(x,t)$$

La velocità e la pressione acustica hanno lo stesso andamento temporale in un punto x dello spazio mentre hanno la stessa distribuzione spaziale in un particolare instante t.

Nei punti dove la pressione sonora è positiva anche la velocità acustica è positiva: cioè nei punti dove la pressione totale è superiore al valore Po della pressione statica, le particelle del mezzo si muovono, oscillando, nella direzione della propagazione.

Si conclude che, per un'onda piana, la velocità e la pressione sono in fase tra loro.

2.3.1.3 Impedenza acustica specifica per un'onda piana

Il rapporto tra la pressione e la velocità acustica nel mezzo entro il quale si propaga un'onda piana è l'impedenza acustica specifica ed è espressa dalla relazione:

$$Zs=\frac{p(x,t)}{u(x,t)}=\rho\,c \qquad \left[\mathrm{kg/m^2s}\right]$$

Per un’onda piana essa è un numero reale. Alle condizioni normali di pressione e temperatura l'impedenza assume il valore di

Zs= 414 [kg/m^{2}s] per t = 20° C e r = 1,21 [kg/m^3]

indipendente dalla frequenza.

2.3.2 ONDA SFERICA

E' conveniente riferirsi ad un sistema di coordinate sferiche quando il punto di ricezione è vicino alla sorgente: il fronte sferico dell'onda non può essere ancora ritenuto piano. Il modello teorico è quello di una sfera pulsante che irradia nello spazio onde sferiche.

In pratica il fronte d'onda può non essere sferico nel senso che la variazione della pressione e della velocità acustica sono funzioni non solo della distanza *r* ma anche dalle coordinate angolari φ e θ. Considerando il caso di simmetria sferica la variazione della grandezza su una superficie equifase sferica dipende solo da r. In questo caso l'equazione della propagazione in coordinate sferiche diventa, in funzione della sola distanza r,

$$\frac{\partial^2(r\,p)}{\partial t^2} = c^2\,\frac{\partial^2(r\,p)}{\partial r^2}$$

la cui soluzione è del tipo:

$$p(r,t) = \frac{1}{r}\,f_1(r-ct) + \frac{1}{r}\,f_2(r+ct)$$

2.3.2.1 Pressione acustica per un'onda armonica sferica progressiva

Una soluzione particolare per oscillazioni armoniche della sfera è:

$$p(r,t) = \frac{A}{r}\cos\left[k(r-ct)\right]$$

che può essere messa sotto forma esponenziale ricordando le formule di Eulero:

$$p(r,t) = \frac{A}{r}\,e^{j(\omega t - kr)}$$

Nella relazione la quantità A è un numero complesso che tiene conto anche di una fase arbitraria. L'esponente $j\omega t$ rappresenta la legge di variazione della fase con il tempo mentre il termine *jkr* rappresenta la legge di variazione della fase con la distanza.

Solo la parte reale della relazione sopra esposta ha un significato fisico. Tutte le operazioni di calcolo possono, però essere effettuate sull'intera espressione prendendo, al termine, la parte reale del risultato.

2.3.2.2 Velocità acustica per un'onda armonica sferica progressiva

Applicando la relazione (1) del momento della quantità di moto alla funzione pressione acustica si ricava la componente velocità acustica radiale.

$$u_r(r,t) = \frac{A}{\omega \rho r}\left(\frac{rk - j}{r}\right) e^{j(\omega t - kr)}$$

Nell'onda sferica l'ampiezza della pressione è inversamente proporzionale alla distanza r mentre per una onda piana questa è indipendente dalla distanza. Si osserva, inoltre, che la relazione tra pressione e velocità dipende anche dalla pulsazione ω e quindi dalla frequenza.

Come si può osservare, infine, la relazione di fase tra pressione e velocità dipendono dalla distanza attraverso il parametro non adimensionale *kr.*

Sotto questo ultimo aspetto il campo acustico irradiato da una sorgente può essere diviso in due regioni:

CAMPO VICINO dove kr<<1 la velocità acustica è quasi in quadratura con la pressione; le ampiezze decadono con la distanza come $1/r^2$.

CAMPO LONTANO dove kr>>1 la velocità acustica è quasi in fase con la pressione le ampiezze variano con legge inversa della distanza (1/r).

2.3.2.3 Impedenza Acustica specifica

L'impedenza acustica specifica di un campo acustico armonico è definito dal rapporto tra la l'ampiezza complessa della pressione e quella della velocità. Essa è complessa e dipende dal rapporto tra raggio r e lunghezza d'onda λ.

Utilizzando la formulazione complessa della pressione e velocità, ricordando che è possibile calcolare il valore quadratico medio della grandezze o per integrazione nel tempo o prendendo la parte reale del prodotto della grandezza per il suo complesso coniugato, il valore quadratico medio della velocità risulta:

$$\overline{u}_r^2 = \frac{\overline{p}^2}{(\rho c)}\left[1 + \left(\frac{1}{k\,r}\right)^2\right]$$

Nel campo vicino il rapporto tra il valore quadratico medio della velocità acustica e quello della pressione eccede quello del campo di onde piane di un fattore pari a $\left(\frac{1}{k\,r}\right)^2$

L'impedenza acustica specifica del campo armonico è fornita dal rapporto tra $p(r,t)$ e $u_r(r,t)$ e risulterà pari a:

$$Zs = \rho c \left[\frac{1 + j\left(\frac{1}{k\,r}\right)}{1 + \left(\frac{1}{k\,r}\right)^2} \right] = R + jX$$

L'impedenza risulta essere complessa. La componente immaginaria o reattiva della impedenza, in una analogia meccanica, ha le caratteristiche dell'inerzia in quanto essa è positiva. Questo suggerisce immediatamente l'idea che una aliquota dell'energia cinetica è immagazzinata nel campo e non si propaga.

La relazione mostra che la pressione e la velocità nella zona definita ***campo vicino*** non sono in fase tra loro. Spostandoci verso il centro (kr<<1) l' impedenza è totalmente reattiva.

Nel ***campo lontano***, invece, pressione e velocità sono in fase e l'impedenza acustica specifica è reale. E' in questa regione che si è sviluppata l'acustica fino agli anni 80 in quanto fino a tale epoca è stato disponibile il solo microfono nella versione nota sensibile solo alla pressione acustica. L'intensità veniva ricavata supponendo la propagazione piana in campo libero.

3 INTENSITA' ACUSTICA

Nel capitolo precedente è stato definito il campo sonoro irradiato da sorgenti puntiformi distinguendo l'onda armonica progressiva piana e l'onda armonica progressiva sferica. Per entrambe sono state dedotte le componenti d'onda pressione e velocità acustica, nonché le impedenze acustiche specifiche. In realtà le condizioni di campo libero sono completamente ideali in quanto la propagazione di ciascuna sorgente risente almeno della presenza del suolo (sorgente immagine). Negli spazi confinati, poi, alla riflessione del terreno si sommano le riflessioni delle pareti verticali per cui il campo acustico è determinato della presenza di onde che si propagano in direzioni diverse.

La definizione data nel capitolo precedente di campo acustico VICINO e campo acustico LONTANO (per la sola onda sferica) evidenzia l'importanza della intensimetria acustica per studiare i fenomeni di propagazione specie in prossimità della sorgente ove le componenti del campo, pressione e velocità, sono sfasate tra loro e l'impedenza acustica specifica si fa complessa.

La propagazione acustica è un fenomeno di trasporto di energia (non di materia) da un punto ad un altro dello spazio; ricordando che la densità di energia acustica in un punto è la somma della ***energia cinetica*** e dell' ***energia potenziale*** delle particelle del mezzo, occorre indagare come tale energia viene fornita al mezzo dalla sorgente e come essa si propaghi tutt'intorno sotto forma di onde sonore.

Si immagini la sorgente costituita da una apertura praticata in una superficie piana che divide lo spazio in due semispazi e che in tale apertura oscilli un pistone rigido.Fig.3.1.

Il lavoro compiuto sarà pari al prodotto tra la forza eccitatrice per lo spostamento. Esso si esprime in Joule [J] ed è fornito dal prodotto scalare tra i due vettori *F* ed *s* secondo la relazione:

$$L = \vec{F} \bullet \vec{s} \qquad [\mathrm{J}]$$

dove si considera lo spostamento nella direzione *x* del sistema di riferimento.

La potenza meccanica richiesta al generatore del moto è la velocità di erogazione del lavoro. Essa si esprime in Joule/secondo (Watt) [W] ed è fornita dalla relazione:

$$W = \vec{\mathrm{F}} \bullet \frac{\partial \vec{x}}{\partial t} = \vec{\mathrm{F}} \bullet \vec{u}(t) \qquad [\mathrm{J/s}]$$

Il pistone, quindi, nel suo moto di oscillazione in avanti e indietro, eserciterà la forza *F* nella direzione *x* nel mezzo di uno dei due semispazi considerati (ci riferiremo, per esempio al semispazio a destra della figura). Il lavoro, quindi, è una grandezza scalare (numero) ottenuto dal prodotto scalare (o interno) tra il vettore Forza ed il vettore Spostamento. La Potenza sarà anch' essa una grandezza scalare in quanto rapporto tra due scalari.

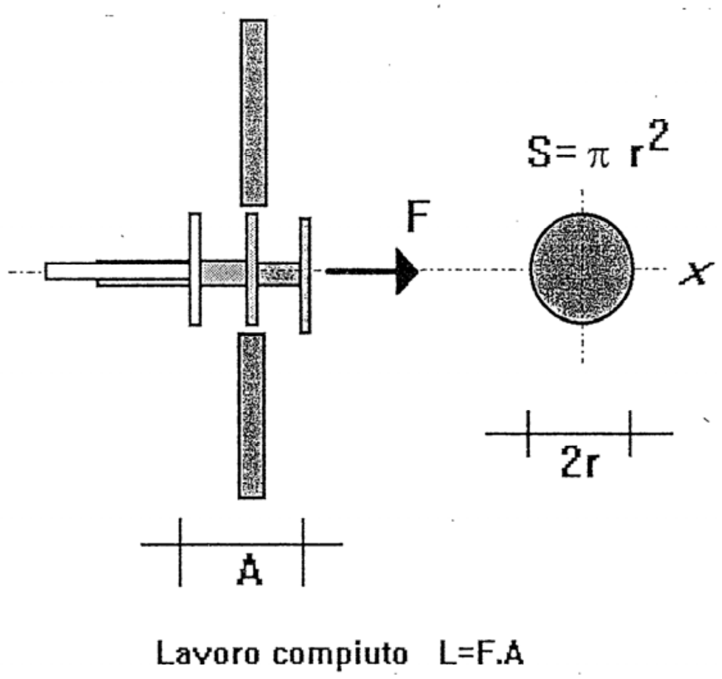


Fig. 3.1 Lavoro meccanico compiuto da un pistone oscillante

La *forza* oscillante che agisce sulla *superficie* del mezzo S a contatto con il pistone, eserciterà, istante per istante, una pressione variabile nel tempo con legge *p(t)*.

Considerando sempre il moto oscillatorio del pistone si osserva che nell'istante in cui il pistone attraversa il piano di separazione dei due mezzi (x=0) la sua velocità sarà massima mentre quando raggiunge il suo estremo di massima elongazione la velocità sarà nulla in quanto dovrà invertire la direzione del suo moto. La velocità passa da un valore positivo, avanti, ad un valore negativo, indietro, ovviamente passando per il valore zero.

Per la pressione valgono considerazioni analoghe: alla posizione x=0 del pistone la pressione sarà quella atmosferica. Raggiunta la massima elongazione, x= A/2, la pressione avrà raggiunto il suo massimo valore (compressione) e qui la velocità del pistone è nulla; al punto x=-A/2 la pressione avrà raggiunto il suo valore minimo (rarefazione) ed anche qui la velocità sarà nulla.

Queste considerazioni, applicate alle particelle del mezzo a contatto diretto con il pistone, portano alla conclusione che in quel punto la pressione e la velocità acustica sono in quadratura.

Il fenomeno descritto istante per istante può essere riconsiderato sotto un aspetto energetico *medio*, riferito ad un intervallo di tempo sufficientemente lungo.

POTENZA MECCANICA:

La potenza meccanica fornita è uguale alla media temporale del prodotto tra la forza F istantanea e la velocità U istantanea

Ricordando che $\vec{F} = p(t)\vec{S}$ dove *S* è il vettore che rappresenta la superficie di area S e che la velocità istantanea delle particelle a contatto con il pistone è $\vec{u}(t)$ la potenza sonora fornita dalla sorgente al mezzo sarà:

$$W = \overline{u(t)\,p(t)}\,S \qquad [\mathrm{W}]$$

dove il tratto soprassegnato indica la media temporale del prodotto tra la pressione e la velocità.

INTENSITÀ ACUSTICA

Si definisce INTENSITÀ ACUSTICA di una onda sonora la potenza media trasmessa per unità di superficie nella direzione di propagazione dell'onda. Si esprime in Watt /m^2 ed è fornita dalla relazione:

$$I = \frac{W}{S} \qquad \left[\mathrm{W} / \mathrm{m}^2 \right]$$

La pressione acustica e la velocità sono entrambe sufficienti a descrivere il campo. In molte applicazioni si è interessati alla intensità della radiazione o alla potenza che è trasmessa da una parte all'altra del sistema. Questo, come è stato discusso, presenta delle difficoltà in quanto le relazioni tra la pressione e la velocità acustica non sono semplici ma dipendono dalla posizione nello spazio rispetto alla sorgente, dalla frequenza e dalle caratteristiche del mezzo.

L'energia acustica, impressa dal pistone al mezzo, si "distacca" da essa propagandosi sotto forma di onde sferiche che hanno come centro quello del pistone. Il campo acustico sia vicino che lontano trova una più completa descrizione attraverso la determinazione del vettore intensità acustica ***I*** che è espresso dal prodotto tra lo scalare *p* ed il vettore ***u.*** I valori istantanei della pressione e velocità forniranno valori istantanei della intensità acustica ***I(t)*** la cui intensità e direzione in ogni punto dello spazio varia anche con il tempo.

Nel caso più generale di un campo di onde piane progressive e regressive (campo confinato), il vettore che rappresenta l'intensità acustica istantanea è fornito dalla relazione:

$$I(t) = \frac{\left[\left(p^+\right)^2 - \left(p^-\right)^2 \right]}{\rho\, c}$$

ed è ottenuta tenendo presente che:

$$u^+ = \frac{p^+}{\rho c} \qquad \text{e} \qquad u^- = -\frac{p^-}{\rho c}$$

dove gli esponenti + e - si riferiscono ad un'onda che si propaga rispettivamente nella direzione positiva e negativa delle *x*.

L'espressione sopra riportata si presta ad alcune considerazioni di fondamentale importanza per l'intensimetria acustica.

Intanto è evidente che non è possibile misurare l'intensità acustica con un microfono sensibile alla sola pressione acustica in quanto esso non è in grado di distinguere la componente progressiva dell'onda da quella regressiva.

l'**intensità acustica istantanea,** in ciascun punto lungo l'asse di propagazione flutterà intorno al proprio valor medio indicando che esiste un "palleggiamento" di energia tra zone diverse del campo. Questo significa che c'è un continuo interscambio tra energia cinetica ed energia potenziale al quale può essere sovrapposto un flusso medio di energia che attraversa la regione

l'**intensità acustica media** di un campo stazionario (nel tempo) si ottiene sostituendo i valori istantanei della pressione al quadrato con quelli quadratici medi. Per il campo sonoro stazionario, l'integrale nel tempo esteso a più periodi della più bassa frequenza irradiata convergerà a zero. Questo significa che se l'intensità media è nulla in un punto lungo l'asse di propagazione delle due onde, allora essa sarà nulla in tutti i punti dell'asse in quanto entrambe le pressioni medie risulteranno uguali in ogni punto poiché indipendenti dalla posizione lungo l'asse.

L'esempio si chiarirà meglio se è riferito ai due casi estremi: onde progressive ed onde stazionarie come più avanti sarà descritto.

Nella forma più generale l'onda piana armonica che si propaga nello spazio lungo la direzione *x* è data dalla soluzione dell'equazione differenziale alle derivate parziali che, in termini di pressione, è la relazione (9).

Essa può essere riscritta in forma esponenziale complessa sia per la pressione che per la velocità acustica nei seguenti termini:

$$\begin{aligned} p(x,t) &= A e^{j(\omega t + \phi - kx)} + B e^{j(\omega t + \phi + kx)} \\ u(x,t) &= \frac{A}{\rho c} e^{j(\omega t + \phi - kx)} + \frac{B}{\rho c} e^{j(\omega t + \phi + kx)} \end{aligned} \qquad (10)$$

dove il primo addendo esprime un'onda progressiva, il secondo addendo esprime quella regressiva.

A e B sono delle ampiezze complesse arbitrarie il cui rapporto è conveniente esprimerlo con la relazione

$$\frac{A}{B} = R e^{j\theta}$$

dove R è inteso come un coefficiente di riflessione che vale 1 (R = 1) nel caso in cui l'ampiezza dell'onda che viaggia in una direzione è pari a quella dell'onda che viaggia in direzione opposta; R assumerà valori positivi ed inferiori all'unità se l'onda regressiva ha subito una attenuazione (ad esempio la superficie che ha riflesso l'onda piana incidente presenta un assorbimento alla frequenza considerata).

Si può esprimere un qualsiasi caso particolare apportando le semplificazioni e le assunzioni più avanti descritte.

3.1 INTENSITÀ' DI UN' ONDA PIANA MONODIMENSIONALE IN CAMPO LIBERO

Assume significato fisico, per l'onda progressiva, la parte reale del primo addendo della relazione (10) sopra scritta:

$$p(x,t) = \Re\left(Ae^{\,j(\omega t + \phi - kx)}\right) = A\cos(\omega t + \phi - kx)$$

dove con ϕ si indica la fase iniziale della pressione sonora (*t*=0 e *x*=0) mentre *kx* è la rotazione di fase lungo l'asse *x* in un determinato tempo *t*.

Analogamente la velocità acustica è espressa dalla relazione:

$$u(x,t) = \Re\left(\frac{A}{\rho c}e^{\,j(\omega t + \phi - kx)}\right) = \frac{A}{\rho c}\cos(\omega t + \phi - kx)$$

DENSITÀ ENERGETICA ISTANTANEA

Ricordando che la densità di energia in un punto è la somma tra energia cinetica ed energia potenziale e che, in campo libero tra pressione e velocità vale la relazione: $u(t) = \frac{p(t)}{\rho c}$ si potrà scrivere:

$$e = T + U = \frac{1}{2}\rho u^2 + \frac{1}{2}\frac{p^2}{\rho c^2} = \frac{1}{2}\frac{\rho p^2}{\rho^2 c^2} + \frac{1}{2}\frac{p^2}{\rho c^2}$$

da cui risulta che $e = 2U$ cioè l'energia cinetica è uguale all'energia potenziale ed è uguale a metà della densità di energia:

$$T(x,t) = U(x,t) = \frac{A^2}{2\rho c^2}\cos^2(\omega t + \phi - kr) = \frac{1}{2}e$$

INTENSITÀ ACUSTICA ISTANTANEA:

l'intensità istantanea è fornita dal prodotto tra la pressione e la velocità istantanea. Essa sarà:

$$I(x,t) \;=\; p(x,t)\,u(x,t) \;=\; \frac{A^2}{\rho c}\cos^2\left(\omega t - k x + \phi\right) \;= c\,e$$

da cui risulta che il rapporto

$$\frac{I}{e} = c$$

è identico in ogni istante ed in ogni punto lungo la direzione *x*.

La Fig. 3.2 illustra la variazione della intensità istantanea, della energia istantanea, della pressione e della velocità istantanee lungo la direzione x per un'onda piana progressiva.

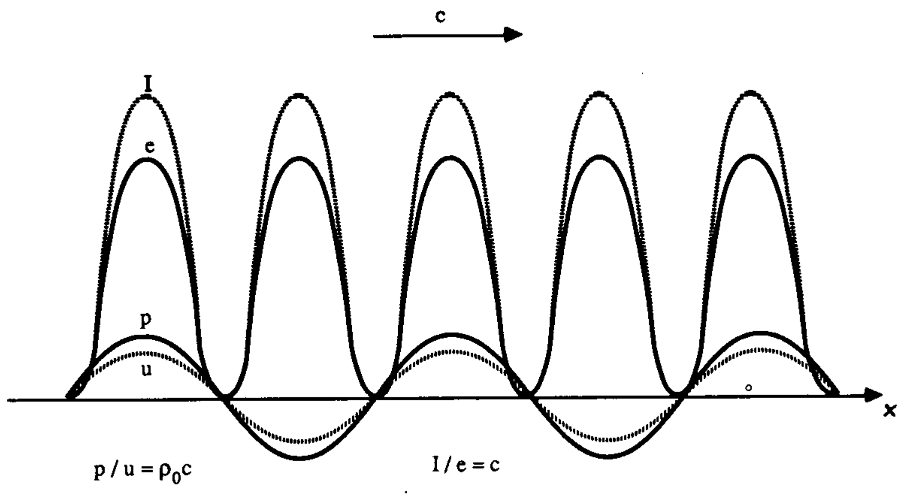


Fig. 3.2 Distribuzione della pressione sonora, velocità acustica, densità d'energia ed intensità per un'onda acustica piana progressiva in un istante lungo la direzione di propagazione. (F.J.FAHY "Sound Intensity")

Si osserva che l'energia *e* è concentrata in gruppi lungo l'asse con spaziatura periodica pari a (1/2)l e che l'intensità *I* in ciascun punto varia con il tempo non raggiungendo mai valori negativi. La pressione e la velocità acustica sono in fase lungo tutto l'asse *x*.

INTENSITA' ACUSTICA MEDIA:

L'intensità acustica media è fornita dall'integrale del prodotto tra la velocità acustica e la pressione su un periodo T.

$$I = \frac{1}{\rho c} A^2 \int_0^T \cos^2(\omega t + kx)\, dt = \frac{1}{\rho c} A \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}\, dt = \frac{1}{\rho c}\left(\frac{A}{\sqrt{2}}\right)^2$$

Nella relazione si è tenuto conto che l'integrale di una funzione armonica su un periodo è nullo. Ricordando la definizione di valore efficace della pressione sonora la relazione sopra esposta può essere scritta:

$$\bar{I} = \frac{1}{2}\frac{A^2}{\rho c} = \frac{p_{eff}^2}{\rho c} \qquad \left[\mathrm{W}/\mathrm{m}^2 \right]$$

Si osserva che l'intensità acustica media non varia lungo l'asse *x* ed assume lo stesso valore per qualsiasi punto lungo l'asse indipendentemente anche dalla fase iniziale ϕ.

La trattazione sopra riportata dimostra che l'intensità acustica media in un campo libero per propagazione di onde piane può essere ricavata misurando la sola pressione acustica.

Si ottengono, così, le formule classiche dell'acustica che si riassumono di seguito per collegare i concetti esposti con quanto già noto.

La potenza acustica W sulla superficie S (energia scambiata nell'interfaccia nell'unità di tempo) mediata in un intervallo temporale T si ricava tenendo conto delle relazioni note:

$$p_{eff} = \frac{A}{\sqrt{2}} \qquad [\mathrm{Pa}] \quad \text{valore efficace della pressione}$$

$$p(t) = \sqrt{2}\, p_{eff} \cos \omega t \qquad [\mathrm{Pa}] \quad \text{valore istantaneo della pressione}$$

$$\mathrm{u}(\mathrm{t}) = \frac{\sqrt{2}}{\rho c}\, p_{eff} \cos \omega t \qquad \left[\mathrm{m}/\mathrm{s} \right] \quad \text{valore istantaneo della velocità}$$

$$W = p_{eff}\, u_{eff}\, S = \frac{p_{eff}^2}{\rho c} S \qquad [\mathrm{W}] \quad \text{potenza sonora trasmessa}$$

L'intensità acustica, allora, sarà espressa dalla relazione:

$$I = \frac{W}{S} = p_{eff} \cdot u_{eff} = \frac{p_{eff}^2}{\rho\, c} \qquad [\mathrm{W/m^2}]$$

IMPEDENZA ACUSTICA SPECIFICA

Il rapporto tra la pressione e la velocità acustica in un punto fornisce l'impedenza acustica specifica *Zs* del mezzo che, per un'onda piana progressiva, risulta:

$$Zs = \frac{p_{eff}}{u_{eff}} = \rho\, c \qquad [kg/m^2 s]$$

L'importanza delle equazioni sopra riportate risiede nel fatto che la loro validità resta solo nel caso in cui il campo esplorato è lontano dalla sorgente ed è libero. Il fronte d'onda, di conseguenza, può essere ritenuto piano, la pressione e la velocità sono in fase tra loro, l'impedenza acustica specifica del mezzo e **REALE.**

3.2 INTENSITA' DI UN'ONDA PIANA IN CAMPO CONFINATO (ONDE ARMONICHE PROGRESSIVE E REGRESSIVE)

Negli spazi chiusi, anche lontani dalla sorgente, le onde sonore subiscono ripetute riflessioni sulle pareti. Si ha quindi il fenomeno della interferenza tra numerose onde piane che viaggiano in tutte le direzioni.

Possiamo distinguere, per uno spazio confinato, due casi: il primo in cui l'onda piana si propaga in una direzione e viene totalmente riflessa da una superficie rigida; il secondo, invece, in cui la superficie rigida dissipa una parte di energia incidente.

Per rendere più chiari i concetti e legarli ai casi pratici si pensi alla propagazione in un tubo la cui estremità è chiusa (tubo ad onde stazionarie).

3.2.1 Campo di onde perfettamente stazionarie (INTENSITA' ACUSTICA ESCLUSIVAMENTE REATTIVA)

Considerando il caso semplice di un'onda piana monodimensionale (ad esempio un tubo finito e chiuso ad una estremità con elemento rigido) il campo acustico sarà determinato da onde **progressive**, che si allontanano dalla sorgente raggiungendo l'estremità chiusa, e da onde **regressive**, che, riflesse dalla superficie di chiusura del tubo, ritornano verso la sorgente.

La soluzione dell'equazione d'onda fornisce le due componenti progressive e regressive sia per la pressione che per la velocità. Queste, espresse in notazione complessa, sono le espressioni (10) che, in forma esponenziale, possono essere riscritte nel seguente modo:

- *per la pressione sonora*

$$p(x,t) \;=\; A e^{\,j\left(\omega t + \phi_1 - kx\right)} + B e^{\,j\left(\omega t + \phi_1 + kx\right)}$$

- *per la velocità acustica*

$$u(x,t) \;=\; \frac{A}{\rho c} e^{\,j\left(\omega t + \phi_1 - kx\right)} + \frac{B}{\rho c} e^{\,j\left(\omega t + \phi_1 + kx\right)}$$

I coefficienti *A* e *B,* da determinarsi imponendo le condizioni al contorno, possono essere espressi dalla relazione:

$\frac{A}{B} = R\, e^{\,j\phi_2}$ che, nel caso di campo perfettamente stazionario (R=1) si riduce a

$$B = A\, e^{-j\phi_2}$$

Le espressioni della pressione e velocità in un campo monodimensionale sede di onde stazionarie armoniche possono essere riscritte nella forma :

$$\begin{aligned} p(x,t) &= 2A\cos(\omega t + \phi_1)\cos(kx + \phi_2) \\ u(x,t) &= \frac{2A}{\rho c}\cos(\omega t + \phi_1)\cos(kx + \phi_2) \end{aligned}$$

DENSITA' ENERGETICA ISTANTANEA

la distribuzione della densità di energia totale istantanea lungo l'asse *x* sarà data dalla somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale:

$$e(x,t) = \frac{1}{2}\rho u^2(x,t) + \frac{1}{2}\frac{p^2(x,t)}{\rho c^2} = \left[\frac{A^2}{\rho c^2}\right]\left[1 + \cos(2\omega t + 2\phi_1)\cos(2kx + 2\phi_2)\right]$$

INTENSITA' ACUSTICA ISTANTANEA:

la distribuzione della intensità istantanea è fornita dal prodotto tra pressione e velocità acustica secondo la relazione:

$$I(x,t) = p(x,t)\cdot u(x,t) = \left[\frac{A^2}{\rho c}\right]\left[\operatorname{sen}(2\omega t + 2\phi_1)\operatorname{sen}(2kx + 2\phi_2)\right]$$

in questo caso il rapporto tra intensità e densità energetica non è costante lungo l'asse *x*. $\frac{I(x,t)}{e(x,t)} \neq c$

INTENSITA' ACUSTICA MEDIA

Si ottiene integrando nel tempo l'intensità acustica istantanea per un periodo sufficientemente lungo :

$$\bar{I} = \frac{1}{T}\int_0^T I(x,t)\,dt = 0$$

La Fig. 3.3 evidenzia il comportamento della pressione e velocità acustica, della intensità e della densità energetica istantanea in quattro istanti diversi distanziati di 1/8 di periodo.

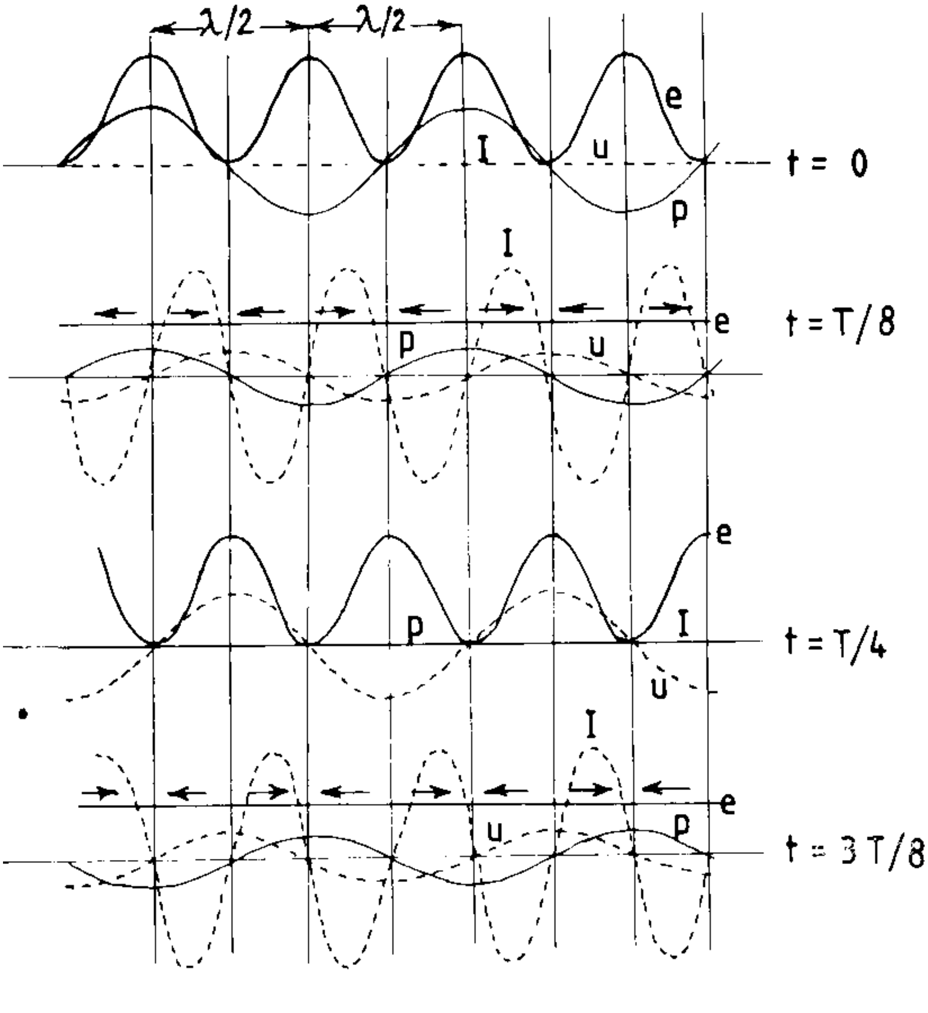


Fig. 3.3 Distribuzione spaziale della pressione, velocità, densità energetica ed intensità acustica di un'onda stazionaria ad intervalli di 1/8 di period. (F.J.FAHY "Sound Intensity")

L'intensità istantanea è una oscillazione continua di energia sonora tra concentrazioni alternate di energia cinetica ed energia potenziale; la pressione e la velocità acustica sono in quadratura, l'intensità media è nulla.

3.2.2 Campo di onde stazionarie (INTENSITA' ACUSTICA ATTIVA E REATTIVA)

In tutti i campi acustici stazionari nel tempo, l'intensità istantanea *I(t)* può essere suddivisa in due componenti:

Una componente attiva con valore medio non nullo che determina il trasporto "locale " di energia acustica

Una componente reattiva con valore medio nullo che corrisponde ad un trasporto "oscillatorio locale "di energia.

Tale suddivisione trae origine dal fatto che, in pratica, nei campi acustici esiste una trasformazione di energia in calore. Non siamo mai in presenza di un campo esclusivamente reattivo per cui la pressione e la velocità non sono in quadratura. Esiste quindi un trasporto netto di energia nelle zone in cui si verifica tale effetto dissipativo.

Per ciascuna frequenza la velocità acustica può essere decomposta in due componenti: una in fase ed una in quadratura con la pressione acustica.

Questo può essere esplicitato tenendo conto della espressione della pressione *p(x,t)* e della velocità *u(x,t)* per una determinata pulsazione ω e per una determinata relazione di fase. La pressione e la velocità acustica sono espresse dalle relazioni:

$$\frac{A}{B} = P(x)\cdot e^{j\phi_p x}$$

$$p(x,t) = P(x)\, e^{j\left(\omega t + \phi_p(x)\right)}$$

$$u(x,t) = \frac{1}{\omega \rho}\left[-P\left(\frac{d\phi_p}{dx}\right) + j\left(\frac{dP}{dx}\right)\right] e^{j\left(\omega t + \phi_p(x)\right)}$$

dove P(x) è l'ampiezza della pressione lungo l'asse x e ϕ(x) è la fase lungo lo stesso asse x.

La componente della velocità acustica **in fase** con la pressione è associata alla componente attiva della intensità ed. è espressa dal prodotto della pressione con la componente della velocità in fase:

$$I_a(x,t) = -\left(\frac{1}{\omega \rho}\right)\left[P^2\left(\frac{d\phi_p}{dx}\right)\right]\cos^2\left(\omega t + \phi_p\right)$$

il cui valore medio è dato da:

$$\bar{I}_a(x) = -\left(\frac{1}{2\omega\rho}\right)\left[P^2\left(\frac{d\,\phi_p}{d\,x}\right)\right]$$

La componente della velocità che risulta **in quadratura** con la pressione, moltiplicata per la pressione stessa, fornisce la componente reattiva della intensità:

$$I_r(x,t) = -\left(\frac{1}{4\omega\rho}\right)\left[\frac{d\,P^2}{d\,x}\right]\mathrm{sen}\Big(2\big(\omega\,t + \phi_p\big)\Big)$$

Il valor medio dell'intensità reattiva è **nullo**.

Le due relazioni mostrano che la componente attiva della intensità è proporzionale al gradiente della fase lungo la direzione x e che la componente reattiva è proporzionale al gradiente del valore quadratico medio della pressione lungo la direzione x.

I fronti d'onda (superficie equifase) si trovano perpendicolari alla direzione della componente attiva della intensità.

ESEMPIO DEL TUBO AD ONDE STAZIONARIE

L'assorbimento acustico dei materiali può essere misurato per incidenza normale ricorrendo al tubo ad onde stazionarie. Un tubo finito di dimensioni opportune viene chiuso ad una estremità con il campione di materiale da sottoporre a prove, mentre l'altra estremità è chiusa su un altoparlante che genera una onda sinusoidale. Una sonda microfonica, sensibile alla sola pressione acustica, viene fatta scorrere lungo l'asse del tubo di modo che si possano misurare le distanze tra due minimi di pressione ed il rapporto di onde stazionarie (rapporto tra i valori efficaci della pressione nei punti di massimo e di minimo).

Si supponga che il campione in prova possegga un coefficiente di riflessione acustico complesso esprimibile con la relazione $R e^{j\theta}$

Il campo di pressione acustica all'interno del tubo è rappresentato dalle relazioni:

$$p(x,t) = A\left\{e^{\,j(\omega t - kx)} + R e^{\,j\theta}\, e^{\,j(\omega t + kx)}\right\}$$

$$p(x,t) = P e^{\,j\phi_p}\, e^{\,j\omega t}$$

dove la fase ed il valore quadratico medio della pressione sono fornite dalla relazione:

$$\phi_p = \mathrm{arctg}\,\frac{R\,\mathrm{sen}(kx+\theta) - \mathrm{sen}\,kx}{R\cos(kx+\theta) + \cos kx}$$

$$P^2 = A^2\left[1 + R^2 + 2\,R\cos(2kx+\theta)\right]$$

Il gradiente lungo l'asse x della fase e della pressione al quadrato è dato dalle relazioni:

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{k\left(R^2-1\right)}{1+R^2+2\,R\cos\left(2kx+\theta\right)} = k\left(R^2-1\right)\frac{A^2}{P^2}$$

$$\frac{d\,P^2}{d\,x} = -\,4\,A^2\;k\;R\,\mathrm{sen}\left(2kx+\theta\right)$$

Il gradiente della fase lungo l'asse x è massimo nei minimi di pressione ed è minimo nei massimi di pressione. Si osserva poi che può superare quello di una onda progressiva.

Le componenti istantanee della intensità attiva e reattiva si ottengono sostituendo i gradienti nelle relazioni precedentemente ricavate:

$$I_a(x,t) = \frac{A^2}{\rho c}\left(1-R^2\right)\cos^2\left(\omega\,t+\phi_p\right)$$

$$I_r(x,t) = \frac{A^2}{\rho c}\;\frac{\left(1-R^2\right)\cos^2\left(\omega\,t+\phi_p\right)}{R\,\mathrm{sen}\left(2kx+\theta\right)\mathrm{sen}\,2\left(\omega\,t+\phi_p\right)}$$

L'intensità attiva media è fornita dalla relazione:

$$\bar{I}_a = \left(1-R^2\right)\frac{A^2}{2\rho c}$$

si osserva che essa è indipendente dalla posizione lungo l'asse x e che il valore medio della intensità reattiva è nullo.

Il rapporto tra l'intensità attiva istantanea e quella reattiva varia lungo l'asse x; esso assume il valore massimo di

$$\frac{I_a(x,r)}{I_r(x,t)} = \frac{R}{1-R^2}$$

nei punti in cui il valore quadratico medio della velocità acustica è massimo e minimo. Raggiunge il valore minimo (zero) nei punti in cui è massimo e minimo il valore quadratico medio della pressione.

Nel caso di onda piana progressiva risulterà R=0 e la fase, in questo caso, sarà: $\phi_p = -kx$

3.2.3 Impedenza acustica in campo d'onde stazionarie

L'impedenza acustica è fornita dal rapporto tra pressione e velocità acustica.

Questa.riferita al valore nel campo libero risulterà:

$$\frac{Z}{\rho c} = \frac{1 - R^2 + j\,2\,R\,\mathrm{sen}\left(2\,k\,x + \theta\right)}{1 + R^2 - 2\,R\cos\left(2\,k\,x + \theta\right)}$$

La relazione mostra che se l'onda è riflessa da una parete rigida (R=1) o da una superficie piana che "rilasci" la pressione (R=-1 e p=0) l'impedenza diventa completamente reattiva e la pressione è in quadratura con la velocità.

Nei casi che si riscontrano in pratica una parte dell'energia è assorbita dalla parete per cui R<1 ed in questo caso il rapporto tra l'ampiezza e la pressione cambia lungo la direzione x come anche l'angolo di fase tra pressione e velocità. La Fig. 3.4. evidenzia questo fatto.

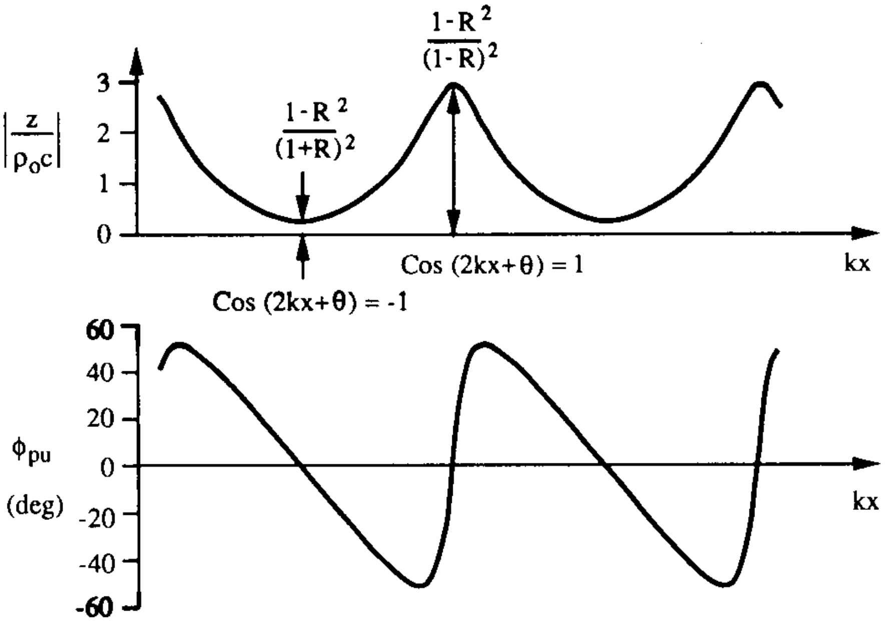


Fig. 3.4 Modulo e fase dell'impedenza acustica specifica normalizzata in un campo d'onde stazionarie . (F.J.FAHY “Sound Intensity”)

3.2.4 Intensità acustica espressa sotto forma complessa

Si può esprimere l'intensità in maniera più compatta come somma della componente attiva e reattiva.

$$C(x) = \bar{I}_a(x) + j\,I_r(x) = I(x) + j\,Q(x)$$

La parte reale di C(x) è la componente media attiva dell'intensità, e la parte immaginaria Q è l'*ampiezza* della intensità reattiva.

Considerando il valore istantaneo della pressione e della velocità acustica con relative fasi rispetto ad un riferimento, si può scrivere:

$$p(x,t) = P\, e^{j\phi_p}\, e^{j\omega t}$$

$$u(x,t) = U\, e^{j\phi_u}\, e^{j\omega t}$$

$$I(x,t) = PU \cos\left(\omega t + \phi_p\right) \cos\left(\omega t + \phi_u\right)$$

Sviluppando e ponendo $\phi_r = \phi_p - \phi_u$ si ottengono le relazioni:

$$I(x,t) = \Re\left(\frac{1}{2} PU\, e^{j\phi_r}\left[1 + e^{-2j\left(\omega t + \phi_p\right)}\right]\right)$$

$$C = I + j\,Q = \frac{1}{2} PU\, e^{j\phi_r}$$

Separando la componente attiva da quella reattiva si ottengono le due relazioni dell'intensità acustica media:

$$I = \frac{1}{2} PU \cos\phi_r = P_{eff}\, U_{eff}\, \cos\phi_r$$

$$Q = \frac{1}{2} PU \operatorname{sen}\phi_r = P_{eff}\, U_{eff}\, \operatorname{sen}\phi_r$$

In questo modo è più agevole trattare le componenti del campo acustico con particolare riferimento alle loro relazioni di fase. L'intensità acustica istantanea e le componenti attive e reattive possono essere rappresentate in forma complessa utilizzando i vettori ruotanti come è riportato nella Fig. 3.5. I casi illustrati sono quelli in cui non vi è sfasamento tra pressione e velocità acustica (onda progressiva) e quelli in cui lo sfasamento assume i valori di $\phi_r = \frac{\pi}{4}$ e $\phi_r = \frac{\pi}{2}$.

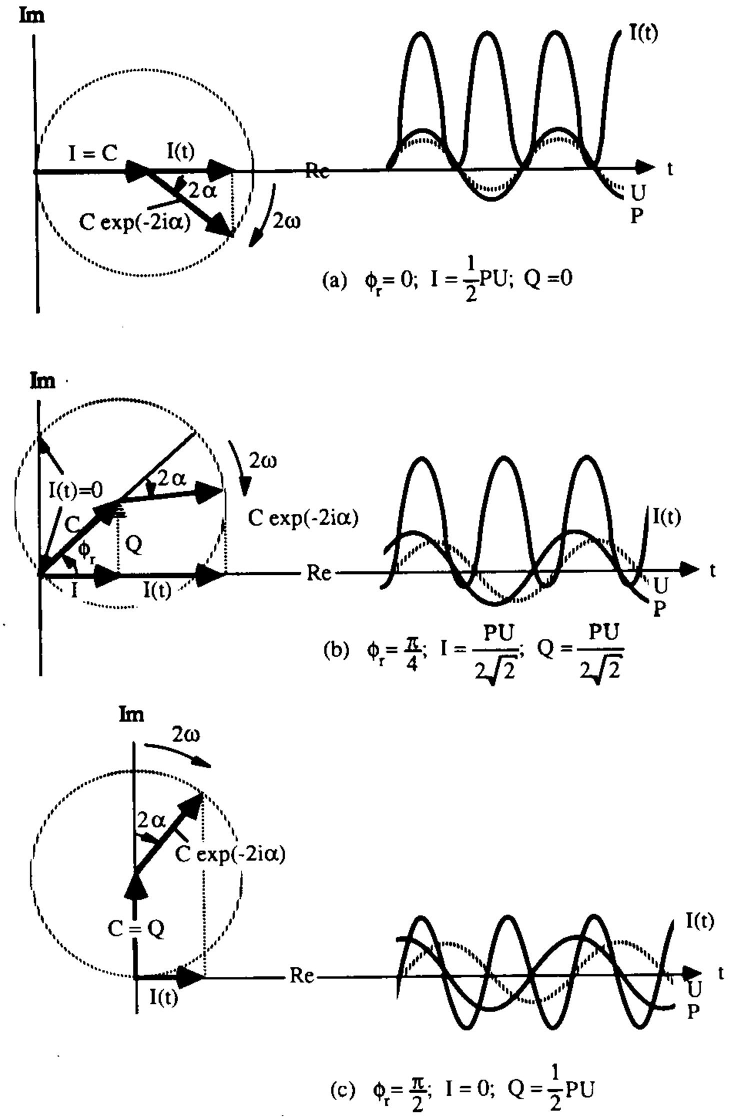


Fig. 3.5 Rappresentazione con i vettori ruotanti dell'intensità istantanea. (I fasori ruotano in senso orario con pulsazione pari a 2ω.. (F.J.FAHY "Sound Intensity")

3.3 CAMPO ACUSTICO A DUE DIMENSIONI

Il vettore intensità acustica si esprime, nelle coordinate spaziali, attraverso le componenti lungo tre assi di un sistema di riferimento ortogonale o mediante coordinate polari.

Ricordando che la pressione è uno scalare funzione del tempo e delle coordinate spaziale e che la velocità acustica è un vettore per il quale in ciascun punto dello spazio è definita anche una direzione, in un caso di geometria piana il vettore velocità può essere decomposto nelle sue due componenti rispetto agli assi *x* e *y*.

Si supponga un campo acustico bidimensionale nel quale le onde di pressione sono progressive e provengono da due direzioni diverse in quanto generate da due sorgenti poste ad una certa distanza tra loro Fig. 3.6. Il vettore velocità u sarà dato dalla somma dei vettori u_1 e u_2 . Se l'onda generata da entrambe le sorgenti è sinusoidale con la stessa frequenza ma con relazioni di fase temporali diverse, il vettore u, somma dei due vettori componenti, ruoterà descrivendo una ellisse. La rotazione si otterrà in ciascun punto del piano. Nell'esempio della figura se le due sorgenti emettono in opposizione di fase il vettore u risultante in ciascun punto dell'asse di simmetria, che passa nel punto di mezzo della congiungente le due sorgenti Q e -Q, oscillerà su una retta parallela alla retta su cui giacciono le sorgenti stesse.

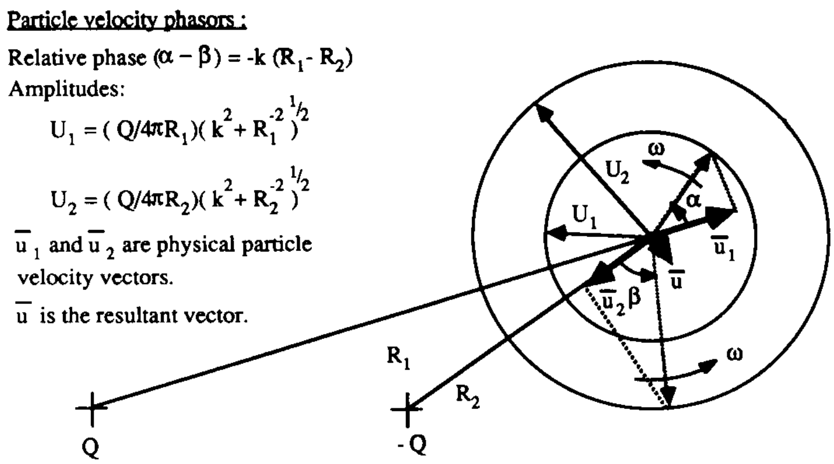


Fig. 3.6 Composizione del moto delle particelle per interferenza di due onde acustiche. Il vettore velocità ruota ruota e le particelle si muovono su traiettorie ellittiche. (F.J.FAHY “Sound Intensity”)

CAMPO DI INTERFERENZA TRA DUE ONDE PROGRESSIVE

Si supponga, ora, la propagazione di due onde progressive lungo due direzioni perpendicolari tra loro (le direzioni x ed y di un sistema cartesiano di riferimento. Il vettore intensità, definito dalle intensità delle due onde progressive lungo le direzioni x ed y, avrà le stesse come componenti lungo le direzioni *x* ed *y.* Tali componenti sono espresse dalle relazioni:

$$C_x = \frac{1}{2\rho c}\left[A^2 + AB\,e^{\,j\,k\,(x-y)}\right]$$

$$C_y = \frac{1}{2\rho c}\left[B^2 + AB\,e^{\,j\,k\,(y-x)}\right]$$

ottenute dalle relazioni delle pressioni e velocità:

$$p_1(x,y,t) = A\,e^{\,j(\omega\,t-kx)}$$

$$p_2(x,y,t) = B\,e^{\,j(\omega\,t-ky)}$$

$$u = \frac{p_1}{\rho c} \quad \text{e} \quad v = \frac{p_2}{\rho c}$$

Le corrispondenti espressioni per la componente attiva e reattiva della intensità si ottengono prendendo la parte reale e quella immaginaria dell'intensità espressa sotto forma complessa.

Nella Fig. 3.7 si riporta il vettore dell'intensità acustica media attiva ottenuta come somma delle due componenti attive I_x ed I_y dove si è posto $B = \frac{A}{\sqrt{2}}$

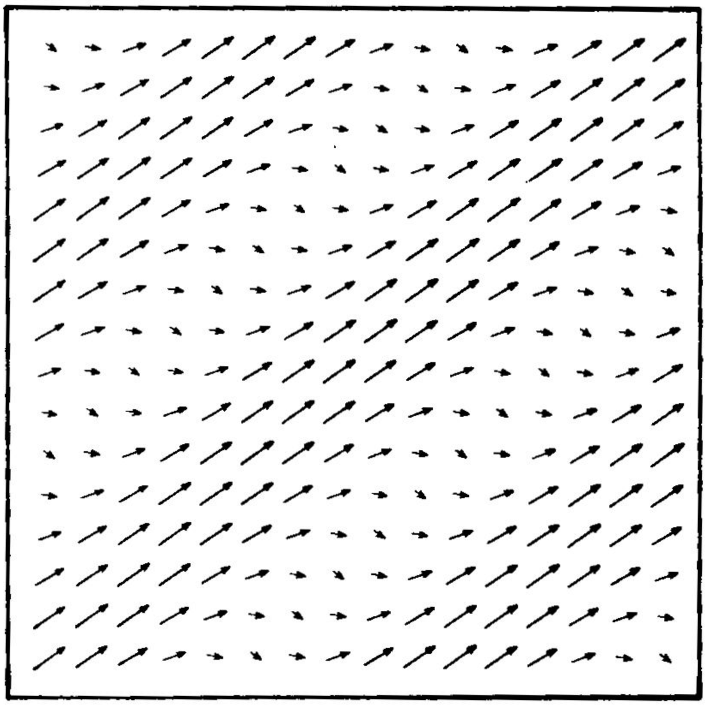


Fig. 3.7 Distribuzione del vettore intensità media in un campo acustico prodotto da due onde piane progressive che si muovono in direzioni ortogonali. (F.J.FAHY "Sound Intensity").

Il campo acustico, definito dal vettore intensità media creato dalla sovrapposizione di due campi elementari di onde progressive che viaggiano in direzione perpendicolare, è prodotto dalla cooperazione tra la pressione di ciascuna componente e la velocità acustica dell'altra. Il risultato è una "modulazione spaziale" della somma delle intensità attive dei due campi sonori individuali. L'integrazione della componente I_x lungo l'asse y per un numero interi di intervalli di periodicità spaziale nella direzione y di 2π/k fornisce il flusso di potenza sonora dell'onda che viaggia in direzione *x*; l'integrazione della componente I_y lungo l'asse x fornisce il flusso di potenza della seconda onda.

L'angolo locale tra il vettore intensità I e l'asse x è fornito dalla relazione $\operatorname{arctg}\left(\frac{I_y}{I_x}\right)$ che risulta essere pari a π/4 nel caso di A=B. L'angolo locale della componente reattiva Q è dato da $\operatorname{arctg}\left(\frac{Q_y}{Q_x}\right) = -\frac{\pi}{4}$ .ed è indipendente dal rapporto A/B.

INTERFERENZA TRA UNA ONDA PROGRESSIVA ED UN CAMPO STAZIONARIO

Un campo di intensità acustica più complicato è quello che si ottiene dalla interferenza di un campo di onde stazionarie ed una onda progressiva piana.

Si consideri la propagazione dell'onda progressiva di pressione lungo l'asse y fornita dalla relazione:

$$p_2(x,y,t) = 2B\cos(ky)e^{j\omega t}$$

Le componenti dell'intensità acustica sono fornite dalle relazioni:

$$C_x = \frac{1}{2\rho c}\left[A^2 + 2AB\cos(kx)\cos(ky) + j\,2AB\cos(ky)\,\mathrm{sen}(kx)\right]$$

$$C_y = \frac{1}{2\rho c}\left[2AB\,\mathrm{sen}(kx)\,\mathrm{sen}(ky) + j\left(2AB\cos(ky)\,\mathrm{sen}(kx) + 2B^2\,\mathrm{sen}(2ky)\right)\right]$$

Nella Fig. 3.8 si riporta la distribuzione spaziale della componente attiva e reattiva del vettore intensità acustica insieme alla distribuzione delle densità di energia cinetica e potenziale. In questo caso si osserva una apparente circolazione di flussi di energia attiva intorno ai punti del campo stazionario in cui la pressione è nulla. La distribuzione spaziale del vettore intensità reattiva, invece, evidenzia regioni in cui esso diverge (punti in cui la pressione acustica del campo stazionario è massima) e punti in cui converge (con centro dove si hanno gli zero di pressione del campo stazionario.

Contrariamente ad I la componente reattiva Q mostra solo punti di convergenza e divergenza del vettore e non un andamento a serpentina come per la componente attiva.

L'integrazione spaziale di I_x in un intervallo multiplo di una lunghezza d'onda lungo la direzione di y fornisce il flusso di potenza media dell'onda progressiva; l'integrazione lungo l'asse x fornisce un valore nullo.

3.4 CAMPO DI INTENSITA' ACUSTICA A TRE DIMENSIONI

In un campo tridimensionale riferito a tre assi cartesiani ortogonali, il vettore intensità **I** è dato dalle tre componenti con direzioni definite dai rispettivi coseni direttori:

$$\underline{\vec{I}(t) = I_x\,\vec{i} + I_y\,\vec{j} + I_z\,\vec{k}}$$

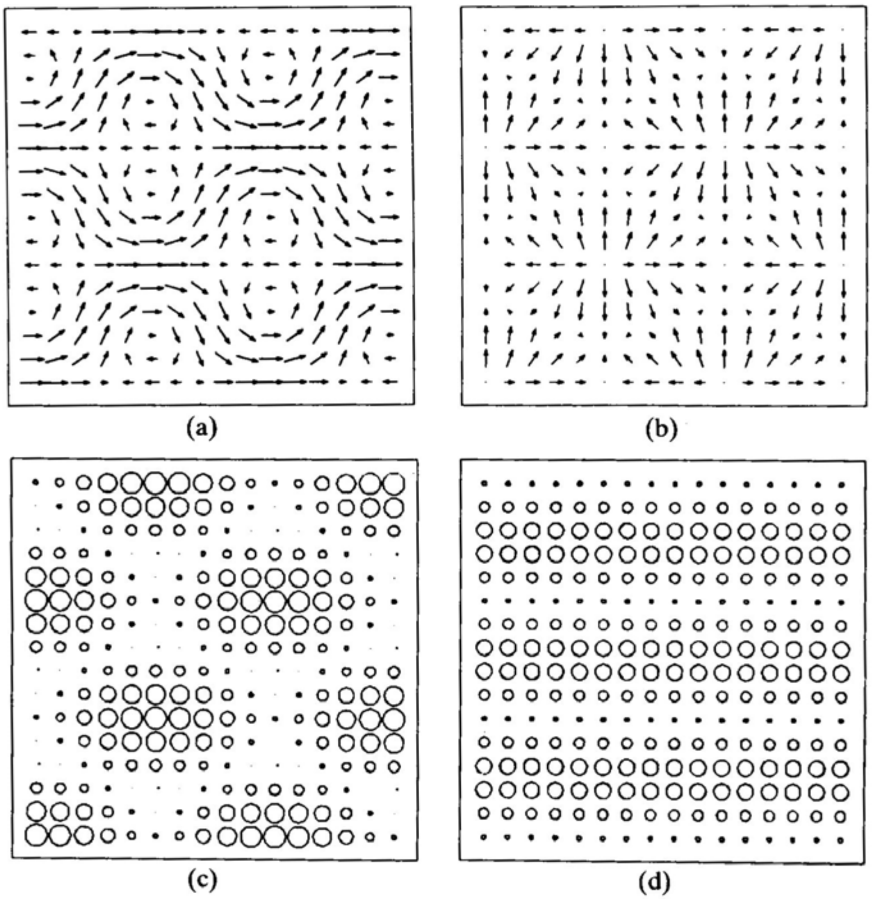


Fig. 3.8 Distribuzione della intensità media (a), dell'intensità reattiva (b), della densità di energia potenziale (c) e della densità di energia cinetica (d) in un campo acustico prodotto dall'interferenza di un'onda piana progressiva ed un campo di onde stazionarie con direzione ortogonale alla prima. (F.J.FAHY "Sound Intensity")

Poiché il campo è definito se sono note le relazioni tra pressione e velocità acustica in ciascun punto dello spazio, tenendo presente anche che un suono è tale perché sia la pressione che la velocità sono funzioni del tempo, si può comprendere come la descrizione matematica di un siffatto campo debba contenere "regole" per le tre direzioni degli assi cartesiani e "regole" che definiscono le variazioni delle grandezze nel tempo.

Nella trattazione dei campi acustici occorre sempre distinguere gli operatori che agiscono sulle componenti spaziali e quelli sulle relative dipendenze temporali.

Tra gli operatori che si rivolgono alle variabili spaziali (x,y,z) delle funzioni considerate si ricordano la *divergenza* ed il *rotore*. Tra gli operatori che agiscono nel dominio del tempo si ricordano la trasformata di Fourier (FFT ed analisi per bande di terzi di ottava), le medie temporali, i valori quadratici medi ecc.

Se ben noti sono i significati dei valori quadratici medi, dei valori efficaci, delle componenti spettrali, meno noti ma altrettanto importanti sono i significati gli operatori che agiscono sulle coordinate spaziali.

Si definisce **rotore** del vettore intensità il vettore ottenuto applicando alla funzione I(x,y,z,t) l'operatore alle derivate parziali delle tre coordinate:

$$\nabla \oplus \vec{I}(x,y,z,t) = \left(\frac{\partial I_z}{\partial y} - \frac{\partial I_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial I_x}{\partial z} - \frac{\partial I_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial I_y}{\partial x} - \frac{\partial I_x}{\partial y}\right)\vec{k}$$

Nel caso di un campo bidimensionale relativo alle sole coordinate x ed y le derivate rispetto all'asse z e la componente lungo tale asse sono nulle per cui si utilizza solo la terza componente alle derivate parziali della x ed y. Tale componente è un vettore che risulta rivolto nella direzione dell'asse z (perpendicolare al piano x,y).

Per semplicità didattica di comprensione e di scrittura ci riferiremo solo alle componenti sul piano x,y pensando alla estensione sugli altri due piani per la rappresentazione tridimensionale.

SIGNIFICATO FISICO DEL ROTORE DEL VETTORE I(t)

Ci riferiamo al valore istantaneo del vettore intensità (funzione del tempo) definito dalle sue due componenti di pressione e velocità. Omettendo il simbolo della dipendenza temporale di u,v e p si ottiene:

$$\nabla \times \vec{I}(t) = \left[v\frac{\partial p}{\partial x} - u\frac{\partial p}{\partial y}\right]\vec{k}$$

che applicando le equazioni del momento della quantità di moto si riduce a:

$$\nabla \times \vec{I}(t) = \rho\left[u\frac{\partial v}{\partial t} - v\frac{\partial u}{\partial t}\right]\vec{k}$$

dove u e v, si ricorda, sono le componenti del vettore velocità lungo l'asse x ed y.

La relazione di carattere generale per un campo bidimensionale coinvolge il prodotto di una componente di velocità in una direzione per l'accelerazione nella direzione perpendicolare. Se il prodotto non è nullo vuol dire che vi è una curvatura della traiettoria delle particelle.

Supponendo ora il caso di onde armoniche definite, per le due componenti del vettore velocità, dalle due relazioni:

$$u(t) = U\, e^{j\phi_u} e^{j\omega t}$$
$$v(t) = V e^{j\phi_v} e^{j\omega t}$$

si ottiene, per il vettore divergenza, la relazione:

$$\nabla \times \vec{I}(t) \quad = \quad \rho \omega U V \operatorname{sen}(\phi_u - \phi_v)\, \vec{k}$$

che mostra l'indipendenza dalla variabile tempo del rotore cioè il rotore della intensità istantanea risulta pari al rotore della Intensità media.

Il rotore della componente reattiva della intensità risulta, invece, nullo.

L'interpretazione fisica del rotore della componente attiva della intensità porta a ritenere che nei punti dello spazio in cui esso è diverso da zero le traiettorie delle particelle del mezzo siano delle ellissi.

SIGNIFICATO FISICO DELLA DIVERGENZA DEL VETTORE INTENSITA'

Si definisce divergenza del vettore I(t) il prodotto scalare tra l'operatore ∇ ed il vettore I.

E' stato già visto che per un campo stazionario la divergenza del vettore intensità media in ciascun punto dello spazio è zero se non vi sono sorgenti o assorbitori di suono.

La divergenza della componente reattiva del vettore intensità acustica è data da:

$$\nabla \bullet \vec{Q} \quad = \quad -\frac{1}{2\,\omega\,\rho}\left[\omega^2 \rho^2 \left(|U|^2 + |V|^2\right) - k^2 |P|^2\right]$$
$$\nabla \bullet \vec{Q} \quad = \quad 2\,\omega\left[e_p - e_k\right] \quad = \quad -2\,\omega\, L$$

dove e_p ed e_k sono rispettivamente la densità di energia media potenziale e cinetica ed L è noto come il Lagrangiano del campo.

L'interpretazione fisica della relazione sopra riportata porta a ritenere che una differenza locale tra le densità di energia cinetica e potenziale media si giustifichi con la presenza di una sorgente di intensità reattiva.

Si riassume, di seguito, quanto fino ad ora esposto.

$$\nabla \bullet \vec{I} \ = \ 0$$
$$\nabla \times \vec{I} \ = \ \rho \omega U V \operatorname{sen}\left(\phi_u - \phi_p\right)\vec{k}$$
$$\nabla \bullet \vec{Q} \ = \ 2\omega\left(e_p - e_k\right)$$
$$\nabla \times \vec{Q} \ = \ 0$$

3.5 ONDA SFERICA PROGRESSIVA ARMONICA

Si consideri il caso di una sorgente puntiforme che irradia onde sferiche nello spazio la pressione e la componente radiale del vettore velocità, ricavate come soluzioni della equazione d'onda in coordinate sferiche, sono:

$$p(r,t) = \frac{A}{r} e^{\,j(\omega t - k r)}$$

$$u(r,t) = \frac{A}{\omega \rho r}\left(k - \frac{j}{r}\right) e^{\,j(\omega t - k r)}$$

Si ricavano le seguenti relazioni per la componente attiva e reattiva del campo di intensità acustica.

$$I_a(r,t) = \frac{A^2}{2\rho c r^2}\left[1 + \cos 2(\omega t - kr)\right]$$

$$I_r(r,t) = \frac{A^2}{2\rho \omega r^3}\left[\operatorname{sen} 2(\omega t - kr)\right]$$

Le componenti attive e reattive sono radiali, il loro rapporto è pari a

$$\frac{|I_a|}{|I_r|} = \frac{I}{Q} = kr$$

ciò significa che la componente reattiva domina nel campo vicino e la componente attiva domina nel campo lontano.

In una onda piana progressiva di pressione l'ampiezza non è funzione della distanza.

In una onda sferica progressiva l'ampiezza è inversamente proporzionale alla distanza radiale r.

La relazione tra I e p^2 è la stessa per una onda piana progressiva. Il rotore di I è nullo perché la componente è solo radiale, il lagrangiano L è dato dalla relazione:

$$L = \frac{A^2}{\omega \rho r^4}$$

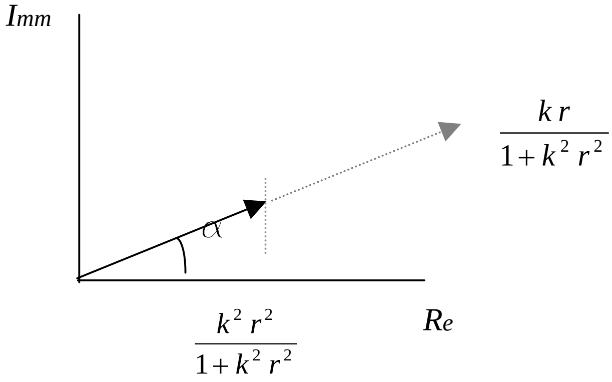
ed indica che la divergenza della componente reattiva Q si riduce molto rapidamente con la distanza r dalla sorgente.

3.5.1 IMPEDENZA ACUSTICA SPECIFICA

L'impedenza acustica specifica del mezzo è ottenuta dal rapporto tra pressione acustica e velocità acustica radiale:

$$Zs = \frac{\overline{p^2(r,t)}}{\overline{u^2(r,t)}} = \rho c \frac{1+\dfrac{j}{kr}}{1+\left(\dfrac{1}{kr}\right)^2} = \frac{\rho c k^2 r^2}{\left(1+k^2 r^2\right)} + j\frac{\rho c k r}{\left(1+k^2 r^2\right)}$$

$$\frac{Zs}{\rho c} = \frac{K^2 r^2}{1+k^2 r^2} + j\frac{k r}{1+k^2 r^2}$$



Essa risulta complessa. Si distingue la parte resistiva (reale) e la parte reattiva (immaginaria).

Se ci si allontana dalla sorgente $\underline{r \to \infty}$ si ottiene:

$$\lim_{r\to\infty} Zs = \lim_{r\to\infty}\left[\frac{\rho c k^2 r^2}{\left(1+k^2 r^2\right)} + j\frac{\rho c k r}{\left(1+k^2 r^2\right)}\right] = \rho c$$

L'impedenza acustica specifica del mezzo diventa reale e pari alla impedenza acustica del mezzo nelle condizioni di campo lontano.

3.6 LIVELLI ACUSTICI

In pratica i suoni hanno intensità molto diverse.

Le sorgenti più comuni irradiano potenze che vanno da pochi nW (10^{-9}) a potenze di alcuni Watt. (≈ 10 W)

La pressione sonora in un punto può variare da 10^{-4} a 10 Pa. Per poter effettuare facilmente i calcoli con numeri piccoli e rappresentare tutta la dinamica dei valori, si usano scale logaritmiche.

Il livello è definito dal logaritmo del rapporto tra il valore di una grandezza ed un valore della stessa grandezza assunto come riferimento. L'argomento del logaritmo è adimensionato e la scala fornisce il livello in dB sopra o sotto la quantità di riferimento.

LIVELLO DI POTENZA SONORA

$$L_W = 10 \cdot \mathrm{Log}_{10}\left(\frac{W}{W_0}\right) \qquad \text{dB}$$

Wo è la potenza di riferimento assunta pari a Wo = 10^{-12} Watt

La formula mostra che un rapporto di 10 tra due potenze $\frac{W_1}{W_2} = 10$ corrisponde ad una differenza di livello di 10 dB. Infatti:

$$L_{W_1} - L_{W_2} = 10 \cdot Log\frac{W_1}{W_0} - 10 \cdot Log\frac{W_0}{W_2} = 10 \cdot Log\frac{W_1}{W_2} = 10 \cdot Log 10 = 10 \quad \text{dB}$$

Se si raddoppia la potenza irradiata il livello di potenza sale di 3 dB.

LIVELLO DI INTENSITA' SONORA

Il livello di intensità acustica è dato dalla relazione:

$$L_I = 10 \cdot \mathrm{Log}\frac{I}{I_{rif}} \qquad \text{dB}$$

I_{rif} è assunto pari a: $I_{rif} = 10^{-12}$ W/m$^{2.}$

LIVELLO DI PRESSIONE SONORA

Gli strumenti che utilizzano il solo microfono come elemento di trasduzione della pressione in tensione elettrica rispondono alla pressione sonora. Si ricorda che, in campo libero, il quadrato della pressione sonora è proporzionale alla intensità acustica. Si scrivono le seguenti relazioni:

$$I = \frac{p_{eff}^2}{\rho c}$$

$$L_p \quad = \quad 10 \cdot \mathrm{Log}\frac{p_{eff}^2}{p_0^2} \quad = \quad 20 \cdot \mathrm{Log}\frac{p_{eff}}{p_0} \qquad \mathrm{dB}$$

dove

$$p_{rif} \quad = \quad 2 \cdot 10^{-5} \quad [\mathrm{Pa}] \quad \text{in aria}$$

$$p_{rif} \quad = \quad 10^{-6} \quad [\mathrm{Pa}] \quad \text{in altri mezzi}$$

si calcola che per un raddoppio della pressione sonora il livello sale di 6 dB.

RELAZIONI TRA L_W, L_I, L_p

Le quantità di riferimento, in aria, per le diverse grandezze, sono state scelte opportunamente in modo che i corrispondenti livelli sono legati tra loro convenientemente sotto certe condizioni.

La soglia di udibilità a 1000 Hz è pari al valore di pressione di 20 μPa questo valore fu scelto come valore di riferimento per le pressioni e vale tuttora. Per i livelli di intensità e di potenza valgono le seguenti considerazioni:

LIVELLO D'INTENSITA'

Riprendendo le relazioni note ESCLUSIVAMENTE per la propagazione in campo libero si possono scrivere i livelli acustici nel seguente modo:

$$I = \frac{p_{eff}^2}{\rho c} \qquad \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

$$L_I = 10 \cdot \mathrm{Log}\frac{I}{I_{rif}} = 10 \cdot \mathrm{Log}\frac{p^2}{\rho c I_{rif}}$$

$$L_I = 10 \cdot \mathrm{Log}\frac{p^2}{p_{rif}^2}\frac{p_{rif}^2}{\rho c I_{rif}} = 10 \cdot \mathrm{Log}\frac{p^2}{p_{rif}^2} + 10 \cdot \log\frac{p_{rif}^2}{\rho c I_{rif}}$$

ponendo :

$$K = I_{rif} \frac{\rho c}{p_{rif}^2}$$

che dipende dalla pressione e dalla temperatura ambiente

Si ricava

$$L_I = 10 \cdot \text{Log} \frac{p^2}{p_{rif}^2} + 10 \cdot \text{Log} K$$

se $K = 1 \qquad 10 \cdot \text{Log k} = 0$ e ciò vale se $\rho c = 400 \ \text{kg/m}^2 s$

Nelle diverse condizioni di pressione e temperatura l'impedenza acustica specifica in campo libero vale:

$$P_0 = 1013 \cdot 10^5 \quad \text{Pa} \quad \text{e} \quad t_a = 38.9 \quad {}^\circ\text{C} \quad \text{allora} \quad \rho c = 400 \ \text{kg/m}^2 s$$
$$P_0 = 1013 \cdot 10^5 \quad \text{Pa} \quad \text{e} \quad t_a = 22 \quad {}^\circ\text{C} \quad \text{allora} \quad \rho c = 412 \ \text{kg/m}^2 s$$

questo comporta una differenza tra livello di intensità e livello di pressione di:

$$L_I \quad = \quad L_p - 10 \cdot \text{Log} \frac{412}{400} \quad = \quad L_p - 0.13 \quad \text{dB}$$

quindi in molte applicazioni si può porre:

$$L_I \quad \cong \quad L_p$$

LIVELLO DI POTENZA

In molti casi il livello d'intensità su una data superficie si mantiene costante. Il legame tra il livello di potenza sonora ed il livello di intensità acustica è espresso dalle relazioni:

$$W \quad = \quad I \cdot S \qquad [\text{W}]$$
$$10 \cdot \text{Log} \frac{W}{10^{-12}} \quad = \quad 10 \cdot \text{Log} \frac{I}{10^{-12}} + 10 \cdot \text{Log} \frac{S}{S_0}$$
$$L_W \quad = \quad L_I + 10 \cdot \text{Log} S \qquad \text{dB}$$

avendo scelto per S=1 m^2

Se la superficie S è uguale alla superficie di riferimento pari ad 1 m^2 allora:

$$L_W = L_I \qquad \text{dB}$$

3.7 INTENSITA' E VALORE QUADRATICO MEDIO DELLA PRESSIONE

La generalizzazione dell'intensità attiva media data dalla relazione:

$$\bar{I}_a(x) = -\frac{P^2}{2\omega\rho}\frac{d\,\phi_p}{d\,x}$$

per un campo di coordinate sferiche, fornisce il rapporto tra la componente diretta nella direzione r dell'Intensità acustica ed il valore quadratico medio della pressione sonora.

$$\frac{I}{p^2} = -\frac{1}{\omega\rho}\frac{\partial\phi_p}{\partial r}$$

Tale relazione fornisce l'indice di pressione intensità che da altri è chiamato indice di reattività del campo acustico.

L'indice chiamato con δ_{Ip} o k_{Ip} è dato dalla relazione:

$$\delta_{pI} = -10\,\text{Log}\left[\frac{I}{\frac{p_0^2}{\rho c}}\right] + 10\,\text{Log}\,\frac{p^2}{p_0^2}$$

$$\delta_{pI} = L_p - L_I - 10\,\text{Log}(\rho c)$$

Se il campo acustico è lontano dalla sorgente, l'impedenza acustica specifica è reale, la pressione acustica è in fase con la velocità, il vettore velocità è parallelo alla direzione di propagazione d'onda, allora il livello di intensità acustica è uguale al livello di pressione e quindi l'indice di reattività è nullo.

In un campo vicino alla sorgente l'impedenza acustica specifica è complessa: velocità e pressione non sono in fase, l'intensità acustica è complessa ed esprimibile da una componente attiva (parte reale) ed una componente reattiva (parte immaginaria); il livello dell'intensità attiva media risulterà inferiore al livello di pressione sonora per cui l'indice di reattività è negativo.

Il valore massimo del gradiente della fase della pressione sonora si trova nella direzione del vettore Intensità media: L'indice di reattività o di Intensità-pressione è funzione della forma del campo e dell'orientamento della sonda nel campo esplorato.

3.8 IRRAGGIAMENTO SONORO DI STRUTTURE VIBRANTI

Le strutture vibranti costituiscono i più diffusi generatori di suono (sorgenti).

Si pensi alla membrana di un altoparlante, ad un carter di un macchinario ad un monoblocco di un motore ai lamierini di un trasformatore, ad una tavola armonica di uno strumento musicale ecc.

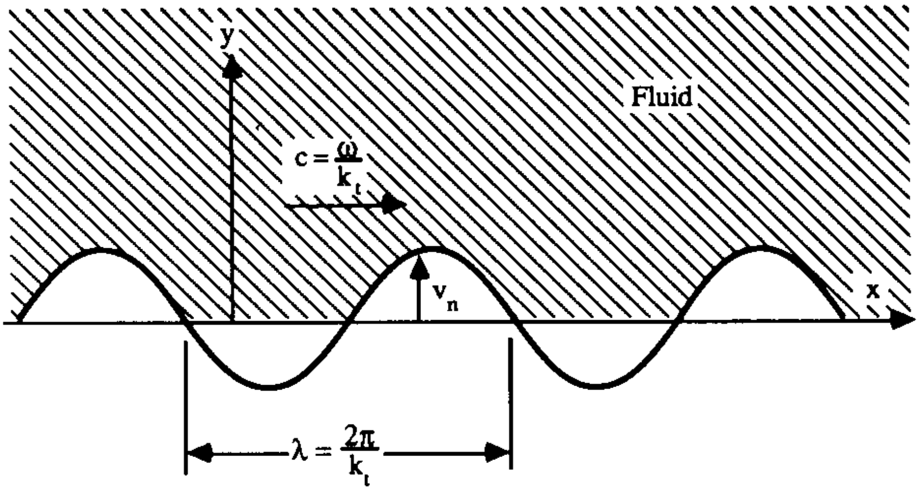


Fig. 3.9 Onda sinusoidale che si propaga nella direzione x sulla superficie di interfaccia tra due mezzi. . (F.J.FAHY "Sound Intensity")

In prossimità dell'interfaccia tra corpo vibrante e mezzo entro il quale si propaga la perturbazione meccanica, il campo sonoro è esclusivamente un campo vicino con elevatissimi valori di pressione e velocità acustica. Se la superficie che vibra è molto estesa rispetto alla lunghezza d'onda del suono, il vettore intensità assumerà in ciascun punto del campo, prossimo alla sorgente, orientamenti diversi per cui le traiettorie di movimento delle particelle del mezzo risulteranno ellittiche.

Nella Fig. 3.9 si riporta la forma dello spostamento di una superficie piana infinita di interfaccia tra semispazio solido e semispazio fluido eccitata per effetto di una vibrazione sinusoidale. Lungo la direzione x si propaga l'onda elastica nel solido con numero d'onda k_t legato alla velocità di propagazione del modo nel solido lungo la stessa direzione x.

Lungo la direzione y si propaga l'onda acustica con numero d'onda k legata alla velocità di propagazione del suono nell'aria.

Si distinguono due casi:

$k_t < k$ si dimostra che il rotore del vettore intensità è nullo, la componente reattiva è nulla ed il fronte d'onda che si stacca dalla superficie si propaga nella direzione che forma un angolo con l'asse x dato dalla relazione:

$$\beta = \mathrm{arctg}\left(\frac{I_y}{I_x}\right) = \arccos\left(\frac{k_t}{k}\right)$$

In questo caso si propagherà solo la componente attiva dell'intensità Fig. 3.10 lungo la direzione y mentre la componente reattiva oscilla su piani paralleli alla superficie.

$k_t > k$ si dimostra che: I_y =0 ed Q_x =0 In questo caso sia il rotore di I che la divergenza di Q sono diversi da zero

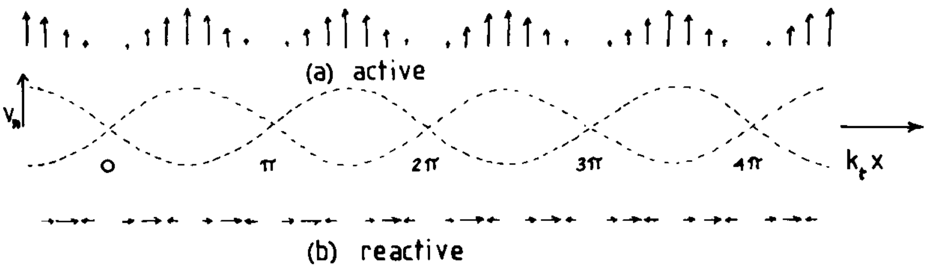


Fig. 3.10 Distribuzione dell'intensità acustica media (a), dell'intensità reattiva (b) in un campo acustico generato da una superficie infinita sede di onde stazionarie. (F.J.FAHY "Sound Intensity")

Si propagherà solo la componente reattiva dell'intensità Fig. 3.11 lungo la direzione y con ampiezza che decade esponenzialmente con la distanza. Non vi è alcun flusso di energia attiva. Il rotore dell'intensità reattiva è zero mentre la divergenza è finita.

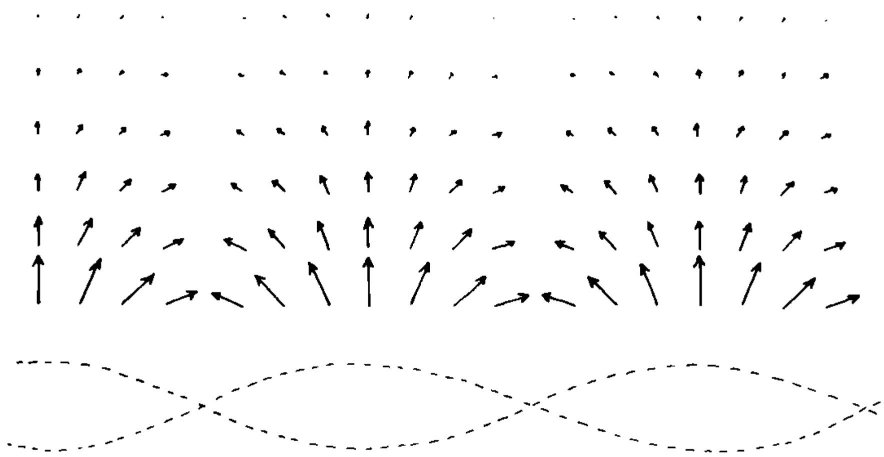


Fig. 3.11 Distribuzione della intensità reattiva nel campo acustico generato da una piastra infinita sede di onde stazionarie. (F.J.FAHY "Sound Intensity")

3.8.1 EFFICIENZA DI IRRAGGIAMENTO DELLA SUPERFICIE

La efficienza di irraggiamento è una misura della efficacia di una struttura di irradiare potenza sonora.

Il controllo della efficienza, in pratica, è necessario per due motivi contrapposti:

1) Ridurre il più possibile il rumore irradiato dalle strutture

2) Aumentare il più possibile la potenza del suono irradiato

Il primo caso si riferisce alla riduzione del rumore dei macchinari, il secondo caso si riferisce al progetto dei diffusori sonori, degli strumenti musicali ecc.

L'efficienza di irraggiamento è definita dalla relazione:

$$\sigma = \frac{W}{\rho c S < v_n^2 >}$$

dove con $< v_n^2 >$ si è indicato il valore quadratico medio della velocità normale della superficie mediato spazialmente sulla superficie stessa.

W è la potenza sonora irradiata dalla struttura che può essere misurata direttamente con un intensimetro; S è l'area della superficie che irradia il suono; la velocità può essere misurata direttamente sulla superficie mediante un accelerometro, un velocimetro laser, un trasduttore ad ultrasuoni o mediante la stessa sonda intensimetrica.

Per ridurre il rumore irradiato occorre, quindi, ridurre l'efficacia di irraggiamento agendo sulla riduzione della velocità superficiale ad esempio irrigidendo la struttura.

4 CARATTERIZZAZIONE DEI CAMPI ACUSTICI IN PROSSIMITA' DELLA SORGENTE

Si è detto che la misura dell'intensità acustica è di interesse pratico per la possibilità che si ha anche di caratterizzare il campo sonoro in prossimità delle sorgenti. Questo fatto è utile e necessario se si studiano sorgenti di grandi dimensioni.

Il campo acustico in prossimità delle sorgenti può essere diviso in tre componenti:

a) Il campo sonoro direttamente irradiato dalla sorgente primaria.

b) Il campo sonoro irradiato da altre sorgenti presenti di cui la primaria può costituire la parte principale.

c) Il campo prodotto da riflessioni, diffrazioni dalle superfici e spigoli della macchina stessa o da altre superfici presenti.

Il campo sonoro diretto generato da una sorgente può esso stesso essere suddiviso in tre regioni:

1) ***<u>Il campo vicino idrodinamico</u>***:

In cui la velocità acustica e la pressione sono in quadratura e la velocità è $|u| >> \frac{p}{\rho c}$

2) ***<u>Il campo vicino geometrico</u>***:

Nel quale la sorgente è vista da un angolo abbastanza grande dal punto di misura; in esso la pressione non varia con legge inversa della distanza dal centro della sorgente ed in cui né il vettore velocità né il vettore intensità hanno direzione radiale; la fase tra pressione e velocità assume angoli abbastanza piccoli.

3) ***<u>Il campo lontano</u>***:

Nel quale l'angolo di vista della sorgente dal punto di misura è alquanto piccolo; Il vettore velocità ed il vettore intensità acustica hanno direzione radiale rispetto al centro della sorgente e p ed u sono in fase.

I tre tipi di campo sopra classificati condizionano la scelta della superficie di misura dell'intensità. Traiettorie circolari del vettore velocità e della componente attiva del vettore intensità possono verificarsi in condizioni di campo libero solo nelle zone di campo vicino di tipo idrodinamico e geometrico e non nel campo lontano.

4.1 CAMPO DI TIPO IDRODINAMICO IN PROSSIMITA' DI SUPERFICI VIBRANTI

Sono state esposte, nel capitolo precedente, le caratteristiche del campo acustico in prossimità di superfici vibranti. Queste possono essere riassunte nei seguenti termini:

- *le traiettorie delle particelle del mezzo, se il suono irradiato è sinusoidale, sono ellittiche.*

- *l'ampiezza della velocità acustica è molto maggiore del rapporto tra pressione ed impedenza specifica del mezzo in campo lontano.*
- *Il gradiente di pressione e quindi la componente reattiva dell'intensità è elevata rispetto alla componente attiva.*
- *La componente attiva dell'intensità forma traiettorie circolari con la struttura vibrante che si inserisce nel circuito di flusso.*
- *L'indice di pressione-intensità è elevato.*
- *L'errore di misura che si commette utilizzando una sonda intensimetrica a gradiente di pressione è elevato.*
- *Non è conveniente procedere ad una classificazione dei contributi delle singole sorgenti determinati con misure di potenza in campi vicini di tipo idrodinamico.*
- *La fase tra pressione e velocità può variare in modo così rapido, a seconda della posizione, da indurre ad un elevato errore se si utilizza la tecnica di misura dell'intensità attraverso la trasformata di Fourier. Ciò è possibile se la risoluzione in frequenza dell'analisi non è adeguata.*

4.2 CAMPO VICINO DI TIPO GEOMETRICO

E' caratterizzato dai fenomeni di interferenza delle onde acustiche provenienti da sorgenti distanti tra loro che possono essere e correlate in fase oppure completamente indipendenti.

Se le sorgenti sono correlate in fase, il campo vicino presenta caratteristiche di direzionalità. Le relazioni tra pressione e velocità acustica sono molto complesse e dipendono dalla posizione del punto di misura rispetto alle sorgenti.

Nel caso in cui le sorgenti siano scorrelate tra loro, il vettore intensità si ottiene dalla somma vettoriale delle singole intensità. In questo caso il campo non è di tipo direzionale.

L'indice pressione-intensità è elevato e si riduce man mano che ci si allontana dalla sorgente. Questo accade se non vi sono altre sorgenti o pareti riflettenti. Se queste, invece, sono presenti, l'indice pressione-intensità scende per poi risalire all'aumentare della distanza dalla sorgente. E' nel punto di minimo che conviene mettersi per la misura se si vogliono minimizzare gli errori sistematici.

4.3 CAMPO GEOMETRICO LONTANO

Nel campo geometrico lontano le dimensioni della sorgente sono piccole rispetto alla distanza del punto di misura.

- *Il vettore velocità ed il vettore intensità sono paralleli alla direzione radiale dal centro della sorgente.*
- *La velocità e la pressione sono in fase tra loro.*

- *L'Indice pressione-intensità è nullo.*
- *L'impedenza acustica specifica del mezzo è reale.*
- *E' possibile effettuare misure di potenza sonora indirettamente misurando la sola pressione acustica.*

4.4 CAMPO SONORO DIFFUSO

In generale le sorgenti operano in ambienti circoscritti da superfici riflettenti per cui ci si trova, sovente, in presenza di un campo sonoro diretto ed un campo sonoro riflesso dalle pareti del locale.

L'acustica classica architettonica si occupa di un tale campo anche in relazione alla legge di variazione del livello di pressione sonora in funzione della distanza dalla sorgente

Le caratteristiche acustiche dell'ambiente, infatti, sono descritte in termini di tempo di riverberazione o in termini di unità assorbenti. Anche in questo caso si parla di campo diretto e campo diffuso.

La misura dell' intensità acustica in campi semiriverberanti può essere affetta da numerosi errori specialmente se l'emissione sonora è un tono puro. Nel caso di sorgenti ad emissione a larga banda, invece, la possibilità di errore è più contenuta.

Nelle grandi sale con numerosi modi di risonanza propri molto vicini, si può parlare di campo diffuso in quanto vi è incoerenza tra segnale diretto e segnale riflesso. Si è visto che l'intensità di un campo perfettamente diffuso è zero: Nei campi reali tale possibilità non esiste per cui il campo diffuso è caratterizzato da elevati valori dell'indice pressione-intensità. Il livello di pressione si mantiene costante in ciascun punto dello spazio per cui allontanandoci dalla sorgente si nota una riduzione del valore dell'intensità ed un conseguente aumento dell'indice pressione-intensità. Nel punto di transizione tra campo diretto e campo riverberato si osserva un minimo dell'indice pressione-intensità ed è questa la posizione migliore per le misurazioni. Purtroppo tale minimo dell'indice è diverso per ciascuna banda di frequenza per cui è necessario ricercare una posizione che minimizzi gli errori.

5 MISURA DELLA POTENZA SONORA

La misura della potenza sonora emessa da macchinari correntemente viene effettuata utilizzando metodi normalizzati.

I metodi di misura si distinguono in metodi indiretti e metodi diretti.

5.1 METODI INDIRETTI PER LA MISURA DELLA POTENZA SONORA

Sono basati sul calcolo della potenza sonora dalla misura del solo livello di pressione sonora. Per questo tipo di misure sono disponibili le norme ISO che prevedono determinazioni del livello di potenza sonora in laboratorio ed in ambiente.

Si ricordano:

1) ISO 3741 (1975) Metodo di precisione per la misura della potenza sonora di sorgenti a larga banda in camera riverberante.

2) ISO 3742 (1975) Metodo di precisione per la misura della potenza sonora di sorgenti a frequenze discrete ed a banda stretta in camera riverberante.

3) ISO 3743 (1976) Metodo ingegneristico per la misura della potenza sonora per particolari camere riverberanti

4) ISO 3744 (1976) Metodo ingegneristico per la misura della potenza sonora all'aperto o in grandi sale.

5) ISO 3745 (1977) Metodo di precisione in camera anecoica o semianecoica per la determinazione della potenza sonora emessa dalle sorgenti di rumore.

6) ISO 3746 (1979). Determinazione del livello di potenza sonora di sorgenti di rumore: Metodo generale

I metodi tradizionali, in generale, si basano sulla misura del livello di pressione sonora in determinati punti intorno alla stessa sorgente di rumore. questa può essere misurata in laboratorio o sul posto.

I metodi indicati dalle normative si distinguono in metodi di precisione e metodi per uso ingegneristico. I primi si applicano quando è richiesto una ripetibilità delle misure di potenza sonora contenuta in una fascia ristretta di incertezza; il secondo, utilizzabile per scopi pratici, si applica alla determinazione del livello di potenza sonora di macchine, attrezzi ecc. che possono essere portati in laboratorio oppure possono essere analizzati in situ.

Per quanto riguarda gli spazi acustici entro i quali possono essere effettuate le misure questi devono essere controllati effettuando specifiche prove o qualificazioni. Gli spazi previsti dalle normative sono tre:

camere riverberanti

Sono spazi confinati con la proprietà che la densità di energia sonora in ciascun punto del volume è costante. Questo è ottenuto limitando al massimo l'assorbimento del suono sulle pareti che devono essere perfettamente lisce, non porose, e rigide. In questi volumi il valore quadratico medio della pressione sonora in ciascun punto dovrebbe essere costante. Poiché, in pratica, esiste un minimo assorbimento dell'energia sonora sulle pareti e sulle strutture della camera riverberante nonché per l'assorbimento dell'aria, la pressione sonora non sarà costante in tutti i punti dello spazio.

Un ulteriore elemento che determina la variazione della pressione sonora nei punti del volume riverberante sufficientemente distanti dalla sorgente è la concentrazione dei modi propri di risonanza della camera. Alle basse frequenze, infatti, dove il numero di modi per banda di frequenza e limitato, si osservano fluttuazioni del valore quadratico medio della pressione nei diversi punti.

La misura del livello di potenza sonora si effettua misurando la pressione sonora in un numero sufficientemente alto di punti eventualmente per bande di ottava o terzi di ottava e quindi ricavando un livello di pressione sonora medio (energetico) per ciascuna banda di frequenza. Il livello di potenza sonora è dato dalla relazione:

$$L_W = L_{pm} - 10 \cdot \mathrm{Log}\frac{T_N}{T_0} + 10 \cdot \mathrm{Log}\frac{V}{V_0} - 13 \quad [\mathrm{dB}]$$

dove:

L_{pm} è il livello medio energetico per banda di ottava o terzi di ottava di un numero sufficientemente alto di misure nello spazio riverberante.

T_N è il tempo di riverberazione nominale della camera

T_0 = 1 s

V è il volume della camera riverberante

V_0 = 1 m^3

Camere anecoiche e semianecoiche

Sono camere che simulano le condizioni acustiche dello spazio libero (impedenza acustica specifica del mezzo reale).

Questo è ottenuto rivestendo le pareti della camera ed il soffitto con particolari cunei di lana di vetro per avere un coefficiente di riflessione pressoché nullo.

Se il pavimento è riflettente la camera sarà **semianecoica**. Se anche il pavimento è rivestito con cunei fonoassorbenti la camera sarà **anecoica**.

La misura del livello di potenza sonora si effettuerà rilevando i livelli in numerosi punti su una superficie che racchiude la sorgente. La superficie in questione deve essere suddivisa in aree elementari entro le quali verrà effettuata la misura del livello sonoro che si supporrà costante nell'area elementare considerata.

In camera anecoica il livello di potenza sonora ottenuto dalla misura del livello di pressione sonora su una sfera è dato da:

$$L_W = \overline{L}_p + 10 \cdot \mathrm{Log}\frac{S_1}{S_0} + C \qquad [\mathrm{dB}]$$

dove $\overline{L}_p$ è il livello di pressione sonora medio energetico su tutti i punti delle superifici elementari tutte di pari area. Se le aree elementari non hanno la stessa superficie il livello di pressione sonora medio sarà fornito dalla relazione:

$$\overline{L}_p = 10 \cdot \mathrm{Log}\, \frac{1}{S} \left[\sum_{i=1}^{N} S_i \cdot 10^{0.1 L_{pi}} \right] \qquad [\mathrm{dB}]$$

$S_1 = 4\pi r^2$ è l'area della sfera di raggio r

$S_0 = 1\ m^2$

C è un termine di correzione che tiene conto della influenza della pressione e temperatura ambiente sulla misura.

In camera semianecoica il livello di pressione sonora per bande di frequenza si misura su una semisfera che racchiude la sorgente. Il livello di potenza sonora è dato dalla relazione:

$$L_W = \overline{L}_p + 10 \cdot \mathrm{Log}\, \frac{S_2}{S_0} + C \qquad [\mathrm{dB}]$$

dove:

$S_2 = 2\pi r^2$ è l'area della semisfera di raggio r

$S_0 = 1\ m^2$

5.2 METODI DIRETTI PER LA MISURA DELLA POTENZA SONORA

Sono metodi basati sulla misura diretta della intensità acustica su una superficie che racchiude la sorgente.

Come è stato esposto nei capitoli precedenti, la potenza sonora è direttamente correlata con l'intensità acustica in quanto essa descrive la potenza che attraversa una superficie. Se la superficie racchiude la sorgente Fig.5.1 L'integrazione della componente del vettore intensità perpendicolare alla superficie sull'intera superficie stessa fornirà la potenza sonora emessa dalla sorgente P_a.

$$P_a = \iint_s \vec{I} \cdot \vec{dS} = \iint_s I_n \, dS$$

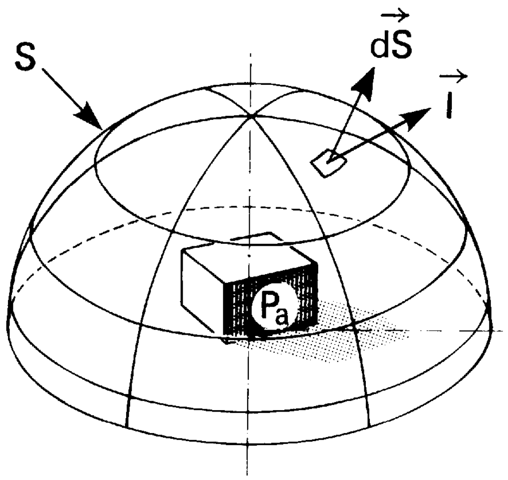


Fig. 5.1 Determinazione della potenza sonora emessa dalla sorgente Pa per integrazione dell'intensità acustica sulla superficie della semisfera (Brüel & Kjær Technical review - 1982).

Il teorema di Gauss dimostra che sorgenti esterne alla superficie di misura che racchiude totalmente la sorgente specifica in esame non influenzano la determinazione della potenza sonora Fig. 5.2. Il flusso di energia che dall'esterno attraversa la superficie di misura avrà segno negativo se entrante e segno positivo se uscente. La somma di due contributi uguali ma di segno opposto è nulla.

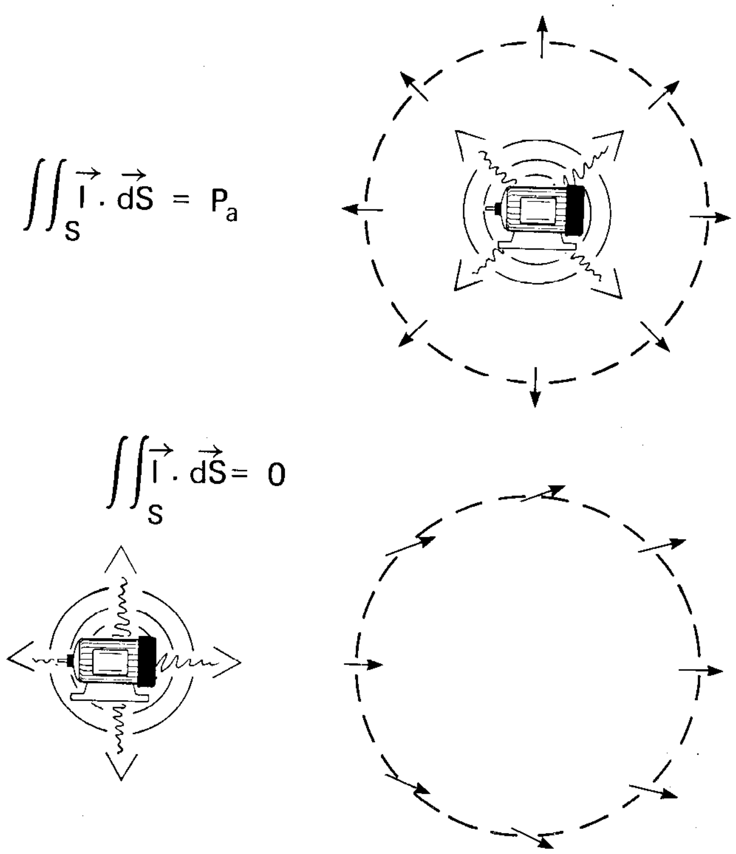


Fig. 5.2 Sorgenti di rumore poste all'esterno della superficie di misura non vengono tenute in conto dal calcolo della potenza sonora: Teorema di GAUSS (Brüel & Kjær Technical review - 1982)

Tutta l'energia sonora generata dalla macchina fluirà attraverso l'intera superficie di misura che potrà essere una sfera o una semisfera se la sorgente è posata sul pavimento.

Se il volume di misura racchiude elementi dissipativi, il flusso del vettore intensità sulla sfera o semisfera non rappresenterà la vera potenza sonora emessa dalla macchina in quanto una aliquota della energia irradiata verrà dissipata in calore all'interno della superficie stessa.

Occorre tenere presente, durante le misure su terreni, del fatto che una parte di energia sonora può essere assorbita dal terreno stesso per cui si tenterà sempre di ridurre, per quanto possibile, la distanza della superficie di misura dalla macchina stessa.

La proposta di norma ISO/DIS 9614 normalizza il metodo di misura del livello di potenza sonora attraverso misure intensimetriche per punti discreti.

Anche in questo caso la superficie di misura è suddivisa in aree elementari entro le quali viene effettuata la misura della componente attiva del vettore intensità nella direzione perpendicolare alla superficie stessa. Si calcolano valori parziali di potenza sonora per ciascuna area elementare. La potenza sonora irradiata dalla sorgente sarà, quindi, la somma delle singole componenti associate alle aree elementari.

Si ricorda che il valore della potenza sonora associata all'elemento di area S_i è dato dalla relazione:

$$P_i = \vec{I}_i \bullet \vec{S}_i = I_{ni} S_i \qquad [\mathrm{W}]$$

dove I_{ni} è la componente del vettore intensità perpendicolare alla superficie S_i

S_i è l'area della superficie elementare.

Il livello di potenza sonora della sorgente si ricava, per ciascuna banda di frequenze, con la relazione:

$$L_W = 10 \cdot \mathrm{Log}\left| \sum_{i=1}^{N} \frac{P_i}{P_0} \right| \qquad [\mathrm{dB}]$$

dove:

N è il numero di posizioni misurate sulla superficie di riferimento

P_i è la potenza parziale associata al superficie elementare i

$P_0=10^{-12}$ W è il valore della potenza di riferimento.

Se: $\sum_{i=1}^{N} P_i$ è negativa la norma ISO non si applica.

Si definiscono nella norma numerosi indici tra questi si ricordano:

<u>l'indice di pressione-Intensità residua:</u> δ_{pI0}

definito dalla differenza tra il livello di pressione ed il livello di intensità. Nel caso della misura della potenza sonora tale indice per la componente del vettore Intensità perpendicolare alla superficie di misura è dato dalla relazione:

$$\delta_{pI0} = L_p - L_{In} \qquad [\mathrm{dB}]$$

<u>l'indice di capacità dinamica</u>: L_d

definito dalla relazione:

$$L_d = \delta_{pI0} - \mathrm{K} \qquad [\mathrm{dB}]$$

dove K è un fattore di errore sistematico (BIAS ERRORE) ed assume i valori della seguente tabella che dipendono dal grado di precisione che si vuole per la misura:

Grado di precisione del metodo	fattore d'errore sistematico dB
CLASSE 1 Precision	10
CLASSE 2 - Engineering	10
CLASSE 3 Survey	7

Dovendo procedere per le misure a numerose determinazioni è necessario che la emissione della sorgente sia di tipo stazionario o ripetitivo. Per questo occorre assicurarsi della ripetibilità della misura mediante apposito controlli e determinazioni di scostamenti dalla media.

Per questo, come per ciascuna misura normalizzata, la ISO 9614 prevede una serie di controlli a misura della incertezza del risultato.

Tra i diversi dati da riportarsi sono definiti e richiesti i seguenti valori per ciascuna banda di frequenza chiamati anche indicatori di campo:

F_2 Indicatore pressione -Intensità di superficie:

Esso è fornito dalla relazione:

$$F_2 = \overline{L}_p - \overline{L}_{|In|} \qquad [\mathrm{dB}]$$

ed è la differenza tra il livello di pressione sonora sulla superficie fornito dalla relazione:

$$\overline{L}_p = 10 \cdot \mathrm{Log}\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} 10^{\,0.1 L_{pi}} \right] \qquad [\mathrm{dB}]$$

ed il livello del valore assoluto della componente del vettore intensità sulla superficie fornito dalla relazione

$$\overline{L}_{|In|} = 10 \cdot \mathrm{Log}\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{|I_{ni}|}{I_0} \right] \qquad [\mathrm{dB}]$$

dove $|I_{ni}|$ è il valore assoluto della componente perpendicolare alla superficie del vettore intensità acustica.

F_3 Indicatore di potenza parziale negativa

Esso è fornito dalla relazione:

$$F_3 = \overline{L}_p - \overline{L}_{In} \qquad [\mathrm{dB}]$$

ed è la differenza tra il livello di pressione sulla superficie di misura sopra definito ed il livello della componente del vettore intensità sulla superficie fornito dalla relazione

$$\overline{L}_{In} = 10 \cdot \mathrm{Log} \left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{I_{ni}}{I_0} \right| \qquad [\mathrm{dB}]$$

F_4 Indicatore di campo non uniforme

Esso esprime, in termini di varianza, la non uniformità spaziale del campo sonoro. E' calcolato con la relazione:

$$F_4 = \frac{1}{\overline{I}_n} \sqrt{ \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} \left(I_{ni} - \overline{I}_n \right)^2 }$$

dove $\overline{I}_n$ è l'intensità sonora normale superficiale calcolata con l'equazione:

$$\overline{I}_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} I_{ni}$$

F_5 Indicatore di campo variabile

Esso esprime, in termini di varianza, la variabilità del campo sonoro nel tempo. E' calcolato con la relazione:

$$F_5 = \frac{1}{\bar{I}_n} \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{k=1}^{M} \left(I_{nk} - \bar{I}_n \right)^2}$$

dove $\bar{I}_n$ è il valor medio di M medie temporali dell'intensità sonora normale superficiale calcolata con l'equazione:

$$\bar{I}_n = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} I_{nk}$$

M normalmente assume il valore di 10. Si raccomanda una media temporale tra 8 o 12 secondi o un numero intero di cicli per suoni periodici.

La validità della misura della potenza sonora viene garantita dal continuo controllo degli indicatori sopra definiti operando delle scelte se si verificano condizioni prestabilite.

La misura della potenza sonora si effettua secondo il seguente schema:

A) Si definisce una superficie di misura ed i punti sulla superficie scelta.

B) Si effettua una misura dell'intensità attiva perpendicolare alla superficie di misura e si calcola l'indicatore F_5. Se il valore risulta inferiore a 0,67 si misura il livello di pressione ed il livello di intensità. Se l'indicatore fornisce un valore superiore a 0,67 allora occorre ridurre la variabilità temporale aumentando il tempo di integrazione in ciascun punto.

C) Si calcolano, successivamente, i valori degli indicatori F_2 ed F_3 e si verifica se $F_2 < L_d$. se ciò non accade occorre ridurre la distanza tra superficie di misura e sorgente oppure occorre schermare le sorgenti estranee o eliminare le riflessioni delle pareti vicine alla sonda.

D) Si calcola la differenza F_2-F_3 e si verifica se essa è minore di 3 dB. Se ciò non accade riverificare la validità degli accorgimenti esposti nel punto C.

E) Si calcola l'indicatore F_4 e si verifica se il numero dei punti scelti per la misura è superiore a $N > C \cdot F_4^2$ dove C è il coefficiente che assicura l'intervallo di confidenza del 95%. Se ciò non accade occorre aumentare il numero dei punti di misura.

Soddisfatte tutte le condizioni sopra elencate si conclude la misura con la presentazione dei livelli di potenza per bande di frequenza (spettro di potenza sonora della sorgente se l'analisi è per bande a percentuale di larghezza costante oppure la densità spettrale di potenza se l'analisi è effettuata a banda costante.).

6 INTENSIMETRI E SONDE INTENSIMETRICHE

Gli intensimetri sono degli analizzatori di spettro che forniscono direttamente la componente attiva del vettore intensità per bande di frequenza. L'analisi del segnale può essere effettuata per bande di frequenza a larghezza costante (analizzatori FFT) o per bande di frequenza a larghezza variabile con la frequenza e scelte in modo che il rapporto tra larghezza di banda e la frequenza di centro banda si mantenga costante. In questa seconda categoria sono raggruppati gli analizzatori di spettro per bande di ottava, di terzi di ottava, di sesti d'ottava ecc.

ANALIZZATORI FFT:

Sono strumenti digitali che attuano l'algoritmo matematico della FFT (trasformata veloce di Fourier) su un blocco di segnale digitalizzato di durata tale da contenere un numero di campioni pari ad una potenza di 2. (128, 256, 512, 1024 ecc.). Forniscono la potenza associata al segnale (densità spettrale di potenza) suddivisa per bande. La larghezza di banda è legata alla frequenza di campionamento ed al numero di punti su cui viene effettuato il calcolo.

Si precisa che la densità spettrale di potenza è il valore quadratico medio della pressione nella banda analizzata riferita al valore della impedenza caratteristica del mezzo in campo libero. (il livello di pressione coincide con quello di potenza).

L'intensità acustica viene ricavata attraverso un algoritmo matematico che dipende dal tipo di sonda. Poichè, in sostanza, occorre disporre del segnale relativo alla pressione e del segnale relativo alla velocità, l'analizzatore deve necessariamente essere bicanale.

Se si utilizzano due microfoni posti a distanza prossima tra loro, l'analizzatore FFT bicanale offre un metodo immediato per il calcolo della componente attiva della intensità. Si dimostra Fig. 6.1 che tale componente è fornita direttamente dalla parte immaginaria dello spettro mutuo tra i due segnali.

$$\hat{I}_r(t) = -\frac{1}{2\rho\Delta r}(p_B + p_A)\int(p_B - p_A)\,dt$$

$$\hat{I}_r(f) = -\frac{1}{\omega \cdot 2\rho\Delta r}(S_{AB} - S_{BA})\frac{1}{j}$$

$$= -\frac{1}{\omega \cdot 2\rho\Delta r}(S_{AB} - S_{AB}^*)\frac{1}{j}$$

$$= -\frac{1}{\omega \cdot 2\rho\Delta r} \cdot 2j \cdot \mathrm{Im}\, S_{AB} \cdot \frac{1}{j}$$

$$= -\frac{1}{\omega \cdot \rho\Delta r}\mathrm{Im}\, S_{AB}$$

$$\hat{I}_r(t) = R_{AB}(o) = -\frac{1}{\rho\,\Delta r \cdot \pi}\int_o^\infty \frac{\mathrm{Im}\, S_{AB}}{\omega}\,d\omega$$

Fig. 6.1 Metodo del cross-spettro per il calcolo della componente attiva dell'intensità acustica.

ANALIZZATORI A PERCENTUALE DI BANDA COSTANTE (REAL TIME)

Sono analizzatori a percentuale di banda costante costituiti da una serie di filtri digitali alimentati dallo stesso segnale ma accordati su frequenze diverse e normalizzate. I filtri devono rispondere a precise norme sia per la larghezza di banda sia per la pendenza delle curve di frontiera.

Possono essere disponibili analizzatori che operano una sintesi partendo dallo spettro FFT. In questo caso occorre prestare molta attenzione alla metodologia di analisi e alla rispondenza dei filtri alle norme IEC.

Anche gli analizzatori a percentuale di banda costante sono bicanali in quanto devono elaborare il segnale di pressione sonora e quello di velocità.

Entrambi gli analizzatori sopra elencati devono essere corredati di una sonda intensimetrica e del software opportuno per il calcolo della componente del vettore intensità. La direzione della componente è fornita dall'orientamento della sonda che, ovviamente, è caratterizzata da un asse di misura.

Le sonde intensimetriche si dividono in sonde che forniscono direttamente un segnale proporzionale alla velocità acustica ed uno proporzionale alla pressione sonora (sonde p-u) e sonde che forniscono due segnali legati alla pressione rilevata in due punti prossimi dello spazio (sonde p-p).

6.1 SONDE P-U

Sono costituite dall'accoppiamento di due trasduttori, uno è un microfono classico a condensatore che rileva direttamente la pressione sonora, l'altro è un trasduttore di velocità acustica che, allo stato attuale della tecnica, è costituito da due coppie di microfoni ceramici ad ultrasioni posti su una stessa retta.

I trasduttori sono reversibili nel senso che uno emette un fascio di ultrasuoni, quello contrapposto lo riceve. I due fasci di ultrasuoni paralleli emessi dalle due coppie viaggiano in direzioni opposte.

Il principio di funzionamento di questo trasduttore di velocità è legato alla differenza di fase tra i segnali ad ultrasuoni ricevuti dai due microfoni per effetto della componente della velocità istantanea acustica lungo il fascio ultrasonoro.

Il tempo di transito del fascio di ultrasuoni è legato alla velocità di propagazione del suono in aria pari a 343 m/s. Se la distanza tra i due trasduttori è d il tempo di transito è dato dalla relazione:

$t_0 = \frac{d}{c}$ dove c è la velocità del suono in aria. Se è presente la componente di velocità acustica u questa si sommerà, istante per istante, in una direzione e si sottrarrà nell'altra. Per ciascuna coppia di trasduttori contrapposti si avrà un tempo di propagazione pari a:

$$t^+ = \frac{d}{c+u} \qquad \text{e} \qquad t^- = \frac{d}{c-u}$$

la differenza di fase tra i due segnali sarà per u<<c, pari a:

$$\delta\phi \quad = \quad \omega_u d \left[\frac{1}{c-u} - \frac{1}{c+u} \right] \quad \cong \quad 2\omega_u \frac{d\,u}{c^2}$$

ω_u è la pulsazione angolare dell'ultrasuono.

La differenza di fase è convertita dalla sonda in un segnale proporzionale alla velocità acustica.

Disponendo di un segnale di pressione e di uno di velocità si potrà effettuare il loro prodotto per ottenere il valore istantaneo della intensità acustica.

6.2 SONDE P-P

Sono costituite da due microfoni contrapposti distanziati tra loro che trasducono entrambi la pressione in due punti su un asse che congiunge i centri acustici dei due trasduttori. In questo modo si ricava il gradiente della pressione lungo la congiungente che verrà elaborato per avere la componente del vettore intensità lungo tale retta con la distinzione del verso da A a B o da B ad A. Fig. 6.2.

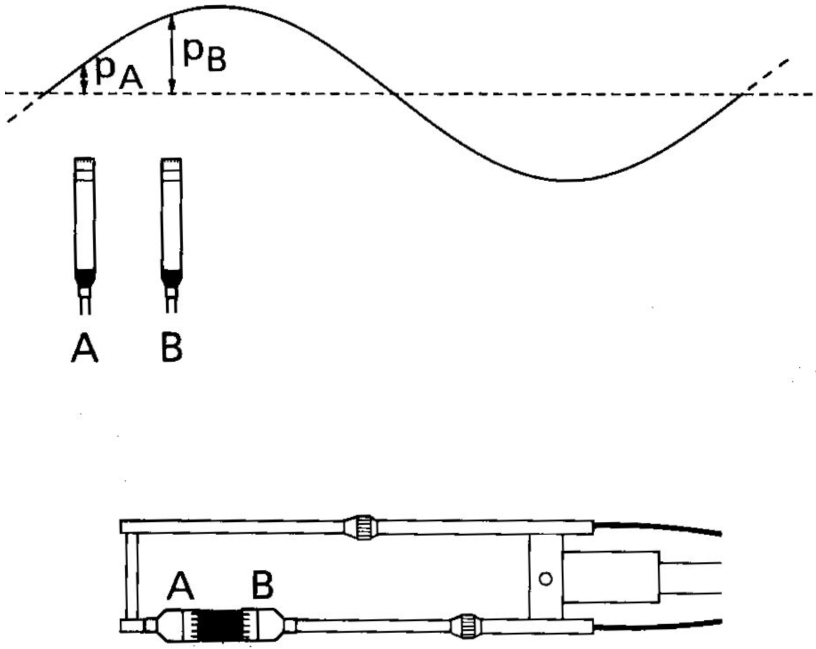
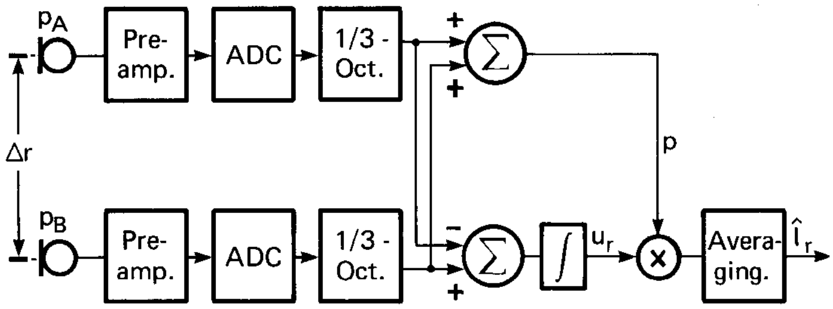


Fig. 6.2 Sonda intensimetrica a gradiente di pressione (Brüel & Kjær Technical review - 1982).

I due segnali microfonici, Fig. 6.3, vengono mediati tra loro per avere la pressione istantanea nel punto di misura e sottratti tra loro per avere il gradiente della pressione che, integrato, fornisce la velocità. La pressione p e la velocità u vengono moltiplicati tra loro e mediati nel tempo per avere il valore della componente del vettore intensità.

$$I_r = \overline{p \cdot u_r}$$



$$\hat{I}_r = -\frac{1}{2\rho\Delta r}\,\overline{(p_A + p_B)\int (p_B - p_A)\,dt}$$

Fig. 6.3 Schema a blocchi di un intensimetro a gradiente di pressione (Brüel & Kjær Technical review - 1982)

6.3 ERRORI DI MISURA

Le specifiche acustiche delle sonde devono accuratamente essere seguite per poter evitare di incorrere in grossolani errori.

Tra gli errori di misura sistematici si ricordano:

A) Errore dovuto alla distanza finita tra i microfoni che limita verso le frequenze più alte la misura Fig. 6.4 e Fig. 6.5

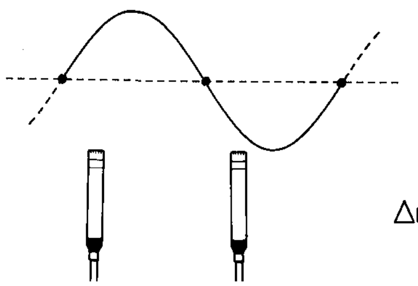
$$\hat{I}_r = I_r \frac{\sin k\Delta r}{k\Delta r}$$

$$k \cdot \Delta r < \pi$$

$$f < \frac{c}{2\Delta r} = f_{max}$$

Δr (mm)	f_{max} (kHz)
6	28
12	14
50	3,4

λ must not be less than 2 times Δr



$$\Delta r = \frac{\lambda}{2}$$

Fig. 6.4 Errore sistematico (BIAS ERROR) dovuto all'approssimazione del gradiente con una misura a distanza finita. L'errore limita verso le alte frequenze il segnale analizzabile (Brüel & Kjær Technical review - 1982).

$$L_\epsilon = 10\log_{10}\left[\frac{\hat{I}}{I}\right] = 10\log_{10}\left[\frac{\sin(k\,\Delta r)}{k\,\Delta r}\right]$$

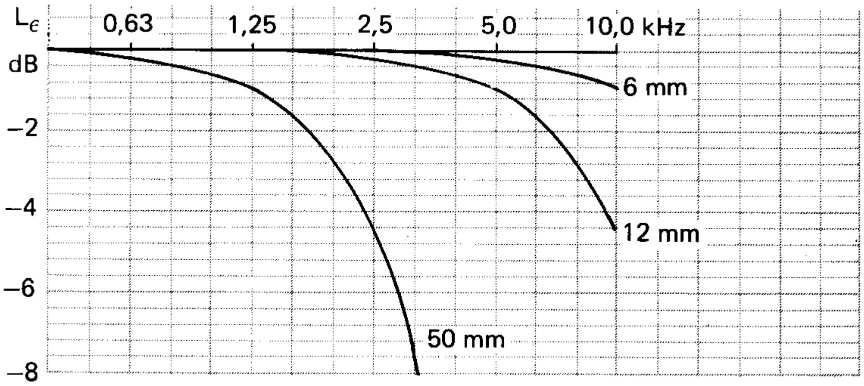
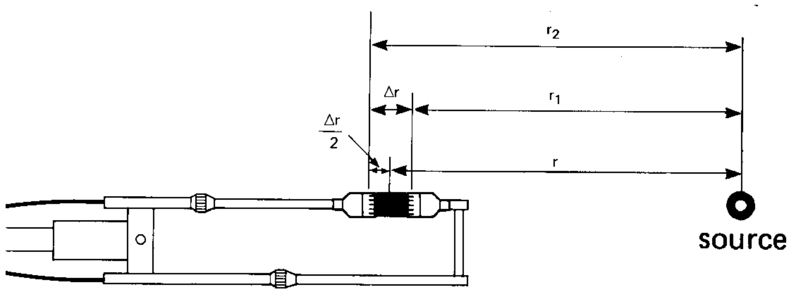


Fig. 6.5 Errore in funzione della massima frequenza e della distanza tra i microfoni (Brüel & Kjær Technical review - 1982)

B) Errore dovuto alla variazione della intensità nello spazio compreso tra i due microfoni Fig. 6.6. Esso è sensibile se la distanza tra i microfoni è paragonabile alla distanza della sonda dalla sorgente.

$$L_\epsilon = 10\log_{10}\left[\frac{\hat{I}}{I}\right] = 10\log_{10}\left[\frac{\sin(k\,\Delta r)}{k\,\Delta r}\;\frac{r^2}{r_1 r_2}\right]$$



Distance r	Error dB
Δr	1,3
$2 \cdot \Delta r$	0,3
$3 \cdot \Delta r$	0,1

Fig. 6.6 Errore sistematico dovuto alla variazione della intensità lungo l'asse congiungente i due microfoni (distanza tra sonda e sorgente paragonabile alla distanza tra i microfoni) - (Brüel & Kjær Technical review - 1982)

C) Errore dovuto al disaccoppiamento di fase tra i microfoni Fig. 6.7. Questo errore è molto sentito alle basse frequenze. Nella figura si riporta la fase tra due microfoni posti a 10 mm per una frequenza di 95 Hz.

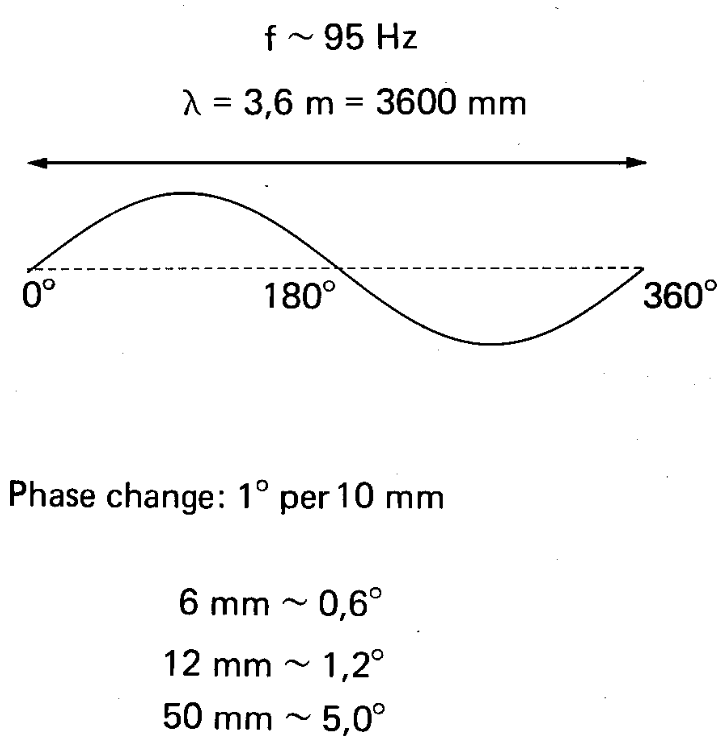


Fig. 6.7 Influenza di un possibile errore di fase tra i due microfoni (Brüel & Kjær Technical review - 1982)

A tale frequenza la variazione di fase tra i due microfoni è di appena un grado e, quindi, le rotazioni di fase dei due microfoni. devono differire di meno di un grado Fig. 6.8.

$$\hat{I}_r = I_r \frac{\sin(k \cdot \Delta r - \phi)}{k \cdot \Delta r}$$

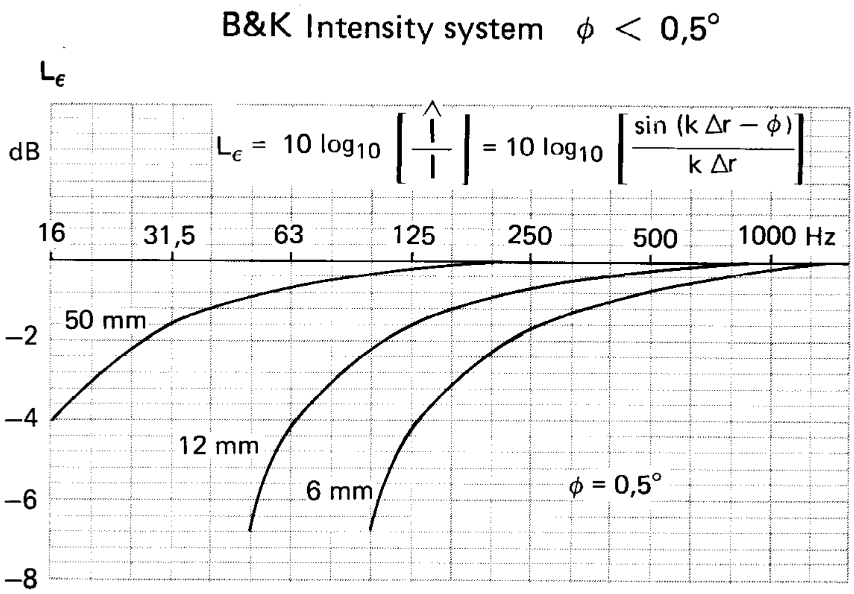


Fig. 6.8 Errore dovuto al disaccoppiamento in fase tra i due microfoni: è molto sentito alle basse frequenze e per una distanza ridotta tra i microfoni (Brüel & Kjær Technical review - 1982).

L'errore di fase può essere ridotto procedendo alla rotazione dei microfoni Fig. 6.9

Gli intensimetri basati sulla FFT consentono una immediata correzione del disaccoppiamento di fase come è indicato nella Fig. 6.10 e nella Fig. 6.11.

Per quanto riguarda la sonda intensimetrica di tipo p-u essa deve essere protetta dall'azione di correnti d'aria che altererebbero la risposta del microfono di velocità.

$$\hat{I}_r = \frac{1}{2}\left(\hat{I}_r^{I} - \hat{I}_r^{II}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(|\hat{I}_r^{I}| + |\hat{I}_r^{II}|\right)$$

$$= \frac{1}{2} I_r \frac{\sin(k \cdot \Delta r - \phi) + \sin(k \cdot \Delta r + \phi)}{k \cdot \Delta r}$$

$$= I_r \frac{\sin k \cdot \Delta r}{k \cdot \Delta r} \cdot \cos\phi$$

Error determined by phase mismatch is
independent of frequency and spacing
if microphones are interchanged and
the levels are averaged.

ϕ	Error dB
0,1°	$7 \cdot 10^{-6}$ dB
1°	$7 \cdot 10^{-4}$ dB
60°	3 dB

Fig. 6.9 Riduzione dell'errore di disaccoppiamento ruotando i microfoni

1) Two microphones subjected to the same sound pressure

$$S_{AB} = S_{pp} \cdot H_A^* \cdot H_B$$

$$S_A = S_{pp} \cdot |H_A|^2$$

$$G = \frac{H_B}{H_A} = \frac{S_{AB}}{S_A}$$

$$S_{p_A p_B} = \frac{S_{AB}}{H_A^* \cdot H_B} = \frac{S_{AB}}{|H_A|^2 \cdot G}$$

$$= S_{AB} \cdot K$$

Fig. 6.10 La riduzione dell'errore dovuto al disaccoppiamento di fase tra i microfoni è immediata con l'analizzatore FFT

2) Interchange microphones

$$S_{p_A p_B} = \sqrt{\frac{S_{AB} \cdot S'^{*}_{AB}}{|H_A|^2 \cdot |H_B|^2}}$$

3) Using 1 microphone – 2 positions

$$S_{AB} = S_{p_A p_B} \cdot |H|^2 = \frac{S_{A0} \cdot S^{*}_{B0}}{S_0}$$

Fig. 6.11 Riduzione dell'errore dovuto al disaccoppiamento in fase tra i microfoni